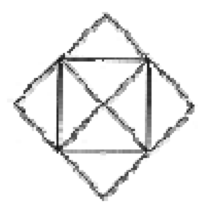
PRE PRUEBA

Representación de Fracciones II

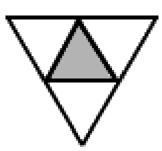
Cuarto a Sexto Grado

1. Sombrea la fracción indicada en la figura correspondiente:

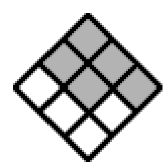
$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{8}$



2. Indica en el blanco de la derecha la fracción sombreada correspondiente a cada figura.



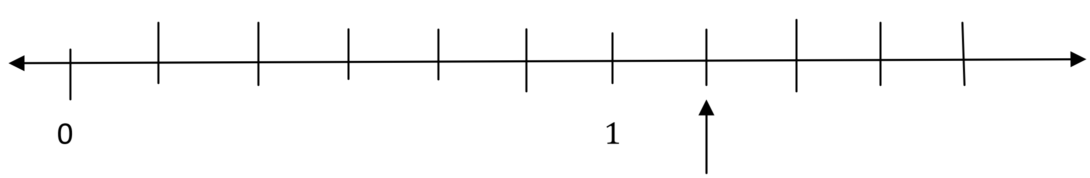
____



____

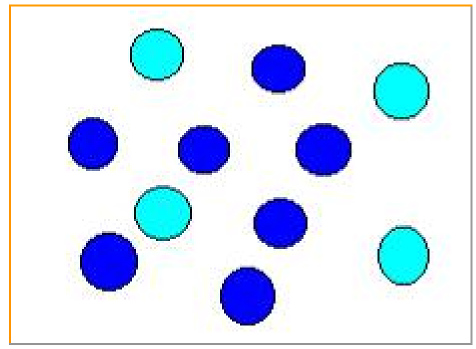
3. Dibuja una recta numérica y localiza el $\frac{4}{7}$.

4. ¿Qué número se indica en el siguiente diagrama?



5. ¿Qué parte del total de elementos del siguiente conjunto están pintados de negro? Escribe la contestación en palabras en el blanco de la izquierda.

____



6. Halla dos fracciones equivalentes a $\frac{14}{21}$.

7. En la fracción $\frac{9}{12}$ al número 9 se le conoce como el ________________________, mientras al número 12 se le llama el ______________________________.

8. Escriba $<$, $>$ ó $=$ según corresponda de manera que la aseveración cierta.

i) $\frac{5}{7} \bigcirc \frac{3}{4}$ ii) $\frac{1}{5} \bigcirc \frac{1}{6}$ iii) $\frac{14}{24} \bigcirc \frac{7}{12}$

9. Completa la siguiente tabla

Repartir en partes iguales	Entre	A cada uno le corresponden	Fracción del total
4 manzanas	8 personas	media manzana	
1 pizza	6 personas		
32 chocolates		4 chocolates	
	5 personas	1 plátano	
		6 dulces	1/3

10. Exprese $5\frac{3}{4}$ como un fracción impropia.

11. Exprese $\frac{23}{5}$ como un número mixto.

12. Simplifica cada una de las siguientes fracciones:

i) $\frac{24}{36} =$ ii) $\frac{48}{21} =$

13. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica: Exprese la solución en forma simple:

i) $\frac{4}{9}+\frac{4}{9}=$

ii) $1\,\frac{3}{8}-\frac{5}{12}=$

iii) $\left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{2}{16}\right)=$

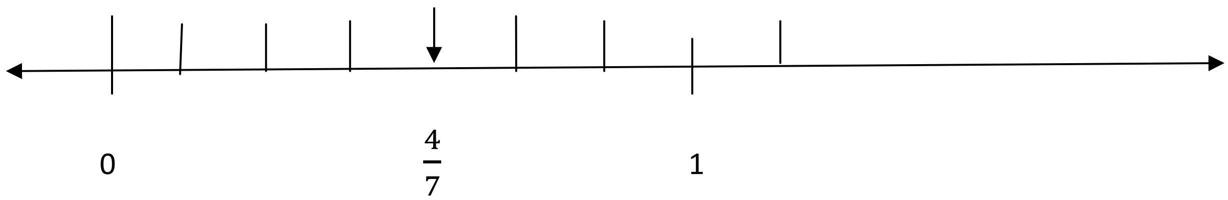
iv) $3\left(\frac{1}{5}\right)\div 1\left(\frac{1}{4}\right)=$

Clave Pre prueba Representación de Fracciones II

1. Rectángulo: Tiene que sombrear 4 rectangulitos de los 10 que hay.

2. Cuadrado: Tiene que sombrear 5 triangulitos de los 8 que hay.

3.



4. $\frac{7}{16}$ 5. Siete onceavos 6. $\frac{3}{4}$ y $\frac{18}{24}$ entre muchas otras.

7. numerador, denominador. 8. $<$, $>$, $=$.

9. Completa la siguiente tabla

Repartir en partes iguales	Entre	A cada uno le corresponden	Fracción del total
4 manzanas	8 personas	media manzana	½
1 pizza	6 personas	Un sexto de pizza	1/6
32 chocolates	8 personas	4 chocolates	¼
5 plátanos	5 personas	1 plátano	1/5
18 dulces	3 personas	6 dulces	1/3

10. $\frac{23}{4}$ 11. $4\,\frac{3}{5}$ 12. i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{16}{7} = 2\,\frac{2}{7}$

13. i) $\frac{8}{9}$ ii) $\frac{23}{24}$ iii) $\frac{1}{18}$ iv) $\frac{12}{5} = 2\,\frac{2}{5}$

Justificación

La presencia cada vez más generalizada de las matemáticas en el desarrollado mundo actual requiere de un mayor y mejor manejo de los conocimientos en este campo. En efecto, en múltiples y variadas situaciones, las matemáticas constituyen herramientas básicas para la comprensión de fenómenos y para la resolución eficaz de problemas.

En particular, muchas veces, miras a tu alrededor y lo que ves son números. De hecho, vivimos rodeados de números. Los números están en todas partes: en las monedas, en el reloj, en los billetes, en los periódicos, en los libros, en los precios de las cosas que compras, en avisos, en fin, en casi todo.

Debido a esto es muy importante que los conozcas a cabalidad; es decir, que sepas leerlos, escribirlos y relacionarlos con el valor que representan.

En este nivel los alumnos deben usar los números, particularmente las fracciones, en contextos familiares como identificadores, para distinguir objetos de una misma clase; como cuantificadores, sirviendo los números para contar, medir y calcular, y como medida de orden, usados en actividades que requieren determinar posiciones y comparar cantidades.

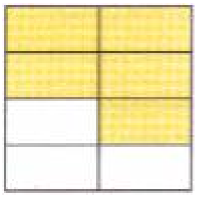
Objetivos

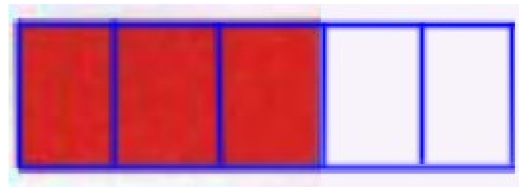
Al terminar la discusión de este módulo el participante estará capacitado para:

1. identificar, nombrar y representar fracciones, en particular, las fracciones unitarias.
2. reconocer que una fracción general $\frac{n}{d}$ se construye a partir de n fracciones unitarias de la forma $\frac{1}{d}$.
3. reconocer y utilizar diferentes interpretaciones para las fracciones.
4. clasificar fracciones como propias o impropias.
5. dada una fracción, identificar el numerador y el denominador.
6. representar fracciones utilizando regiones o conjuntos.
7. localizar fracciones en una recta numérica.
8. dada una fracción, hallar fracciones equivalentes a ésta.
9. convertir números mixtos a fracciones impropias y viceversa.
10. dadas dos fracciones determinar cuál fracción es mayor (o menor o igual).
11. efectuar las operaciones suma, resta, multiplicación y división de fracciones.
12. reconocer y utilizar fracciones al resolver problemas de división.

Representar fracciones utilizando regiones

Observa los siguientes dibujos:





Nota: La figura de la izquierda es un cuadrado y la de la derecha es un rectángulo.

Si te fijas bien, puedes observar que cada figura fue dividida en cierto número de **partes iguales**. El cuadrado se dividió en 8 **partes iguales,** mientras que el rectángulo se dividió en 5 **partes iguales**.

Otro detalle que debes haber notado es que las figuras no están completamente pintadas. En el cuadrado hay 5 partes pintadas de amarillo mientras que en el rectángulo hay 3 partes pintadas de color rojo. Con estas dos observaciones se puede concluir lo siguiente:

1. En el cuadrado se pintaron 5 partes amarillas de un total de 8 partes, se suele decir **5 de 8**.

2. En el rectángulo se pintaron 3 partes rojas de un total de 5 partes, o sea, **3 de 5**.

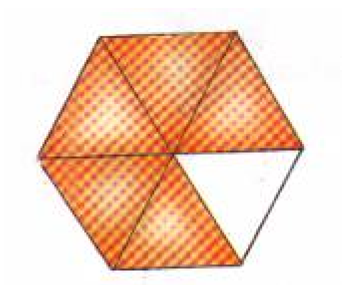
La expresión “5 de 8” se puede representar matemáticamente, entre otras, de la siguiente forma: $\frac{5}{8}$ donde el número de arriba indica la cantidad de partes pintadas y el número de abajo indica la cantidad total de partes en que se dividió la figura.

Lo mismo sucede con la expresión "3 de 5" que se puede representar matemáticamente

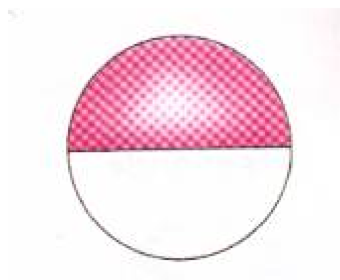
como: $\frac{3}{5}$ donde, también el número de arriba indica la cantidad de partes pintadas y el

número de abajo indica la cantidad total de partes en que se dividió la figura.

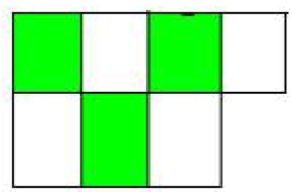
Ejemplos: Para cada una de las siguientes señala la fracción sombreada correspondiente a cada figura.



2.



3.



Solución:

1. $\frac{5}{6}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{3}{7}$

A este tipo de números se le conoce como **fracciones**. Basándonos en los ejemplos anteriores, se puede decir que si se tiene una figura dividida en 6 partes iguales y se pintan dos de ellas, significa que se pintaron $\frac{2}{6}$, o sea, se pintaron 2 partes iguales de 6. También se puede decir que si se tiene la fracción $\frac{3}{4}$, significa que se tomaron 3 partes iguales de un total de 4 partes iguales.

Para ir relacionándonos con el vocabulario correspondiente, tenemos que señalar que al número que está en la parte de arriba de la fracción se le conoce como el **numerador** y al número que está en la parte de abajo se le conoce como el **denominador**. Así que el denominador en una fracción es la cantidad total de partes iguales en que se divide la figura y el numerador es la cantidad de partes iguales que se seleccionan en esa figura. Observe que hemos estado mencionando el hecho de que dividimos la figura. Entonces, la "rayita" que separa el numerador del denominador se puede interpretar como una división. Por lo tanto, una interpretación de una fracción es como una **división entre dos números cardinales**, (recuerde que el denominador no puede ser cero, ya que la división por cero **no está definida**). Además, otra interpretación es **parte de un entero,** que es la hemos estado utilizando aquí.

A las fracciones que tienen el mismo denominador se le llama fracciones **homogéneas** y a las que tienen denominadores diferentes se les llama fracciones **heterogéneas**.

A las fracciones que tienen un uno (1) en el numerador se les conoce como fracciones **unitarias**.

Decimos que una fracción es **propia** cuando el numerador de esa fracción es menor que su denominador. Pero si el numerador es mayor o igual entonces decimos que la fracción es **impropia**. Toda fracción propia representa un número entre cero y uno, mientras que toda fracción impropia representa un número mayor o igual que uno. Por lo tanto, una fracción impropia se puede expresar como la combinación de un número natural y una fracción propia. A este tipo de número se le llama **número mixto**. Tenga en cuenta, que cada fracción impropia se puede convertir en un número mixto y cada número mixto se puede convertir en una fracción impropia. Más adelante veremos que, por ejemplo que, $\frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$ y éste número mixto se lee cuatro y un sexto.

Repasemos el vocabulario antes descrito con los siguientes ejemplos:

1. Determina el numerador y el denominador en cada una de las siguientes fracciones:

a. $\frac{3}{7}$ b. $\frac{2}{8}$ c. $\frac{9}{4}$ d. $\frac{10}{3}$

Solución:

a. numerador: 3, denominador: 7 b. numerador: 2 , denominador: 8

c. numerador: 9, denominador: 4 d. numerador: 10 , denominador: 3

2. Clasifica cada par de las siguientes fracciones como homogéneas o heterogéneas:

a. $\frac{3}{7}$ y $\frac{7}{3}$ b. $\frac{2}{8}$ y $\frac{5}{8}$ c. $\frac{9}{4}$ y $\frac{5}{4}$ d. $\frac{10}{3}$ y $\frac{2}{9}$

Solución:

a. Heterogéneas b. homogéneas c. homogéneas d. heterogéneas

3. Clasifica cada una de las siguientes fracciones como propias o impropias:

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{8}{8}$ c. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{10}{3}$

Solución:

a. propia   b. impropia   c. propia   d. impropia

4. Del siguiente conjunto de fracciones seleccione las fracciones que son fracciones unitarias: $\left\{ \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{1}{7}, \quad \frac{6}{1}, \quad \frac{6}{10}, \quad \frac{10}{9}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{6} \right\}$

Solución: $\frac{1}{8}, \ \frac{1}{7}, \ \frac{1}{10} \ y \ \frac{1}{6},$ ya que son las que tienen un uno en el numerador.

5. Clasifica cada una de las siguientes fracciones como fracción impropia o número mixto:

a. $4\frac{3}{5}$ b. $\frac{8}{8}$ c. $7\frac{1}{4}$ d. $\frac{10}{3}$

Solución:

a. numero mixto   b. fracción impropia   c. número mixto   d. fracción impropia

Utilizando las fracciones unitarias podemos mostrar cómo se nombran las fracciones. Veamos:

$\frac{1}{2}$ Esta fracción representa 1 de 2 partes iguales, por lo tanto, se lee como un medio.

$\frac{1}{3}$ Esta fracción representa 1 de 3 partes iguales, por lo tanto, se lee como un tercio.

$\frac{1}{4}$ Esta fracción representa 1 de 4 partes iguales, por lo tanto, se lee como un cuarto.

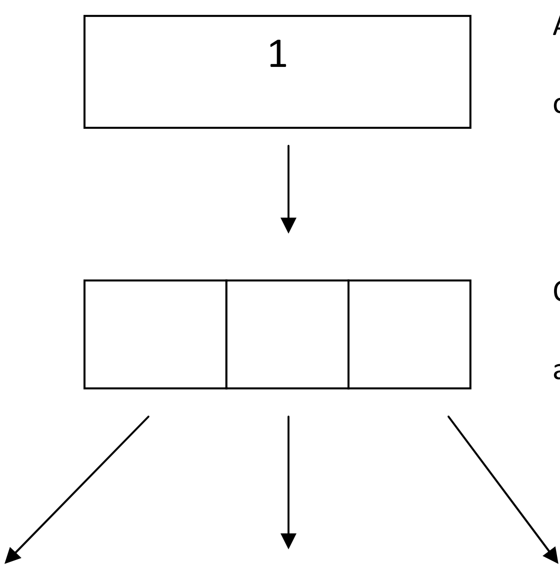
$\frac{1}{5}$ Esta fracción representa 1 de 5 partes iguales, por lo tanto, se lee como un quinto.

Y así sucesivamente, $\frac{1}{6}$ es **un** sexto, $\frac{1}{7}$ es un séptimo, $\frac{1}{8}$ es **un** octavo, $\frac{1}{9}$ es **un** noveno, $\frac{1}{10}$ es una décima. Cuando el dominador es mayor que 10 se le agrega al número la terminación “**avos**”. $\frac{1}{11}$ es **un** onceavo, $\frac{1}{12}$ es un doceavo, $\frac{1}{13}$ es **un** treceavo, y así sucesivamente. Si la fracción no es unitaria, para nombrarla se sustituye el **un**, del 1 del numerador, por el número que esté en el numerador.

Ejemplos:

1. $\frac{4}{5}$ se lee cuatro quintos.
2. $\frac{8}{8}$ se lee ocho octavos.
3. $\frac{3}{4}$ se lee tres cuartos .
4. $\frac{10}{3}$ se lee diez tercios.

Podemos utilizar también las fracciones unitarias para verificar que si la unidad se divide en n partes iguales, si al volverlas a componer (pegar) entonces tenemos nuevamente la unidad. Así se observa en el siguiente ejemplo.



Al dividir este rectángulo en tres partes iguales se obtiene la siguiente figura.

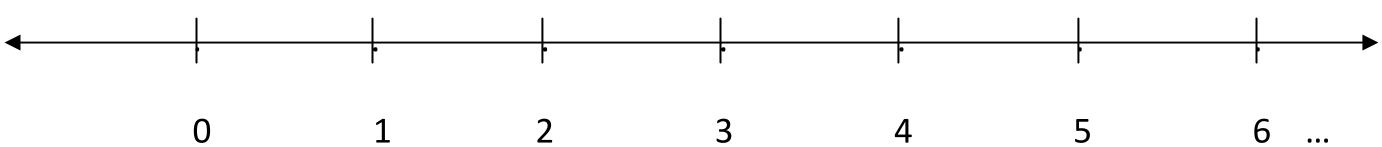
Observe que al separarlas y volverlas a pegar es análogo a sumar los numeradores.

$$\boxed{\frac{1}{3}} + \boxed{\frac{1}{3}} + \boxed{\frac{1}{3}} = \boxed{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{3}{3}=1}$$

Representar fracciones en la recta numérica

Otra forma de representar fracciones es haciendo uso de una recta numérica. Como sabemos, una recta es un conjunto de puntos alineados que se extienden indefinidamente en dirección opuesta. A esos puntos le corresponden números que pertenecen a los diferentes conjuntos numéricos que conocemos. Por ahora, sólo consideraremos al conjunto de números cardinales, o sea, $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$ como se ilustra en la siguiente figura. Una recta numérica se construye de la siguiente forma: se asigna a algún punto el número cero (0) y a la derecha de éste se van colocando el resto de los números cardinales. Es importante que se establezca una escala. Esto es, porque sabemos que entre cualesquiera dos números cardinales consecutivos la diferencia es uno (1), o sea, que lo importante es que la distancia entre cada de par números cardinales consecutivos sea la misma. Note que, en particular, esa distancia es la unidad y ésta no depende de la escala, ya que la escala puede representar una pulgada, un pie, un metro, un kilómetro, una milla, etc.

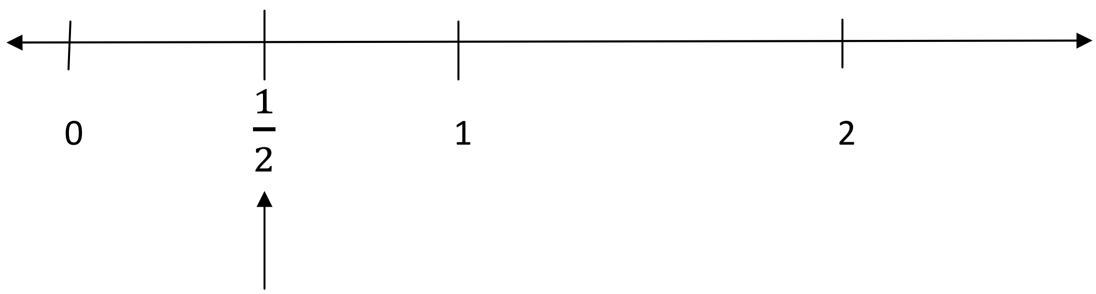
Recta numérica representando al conjunto de los números cardinales



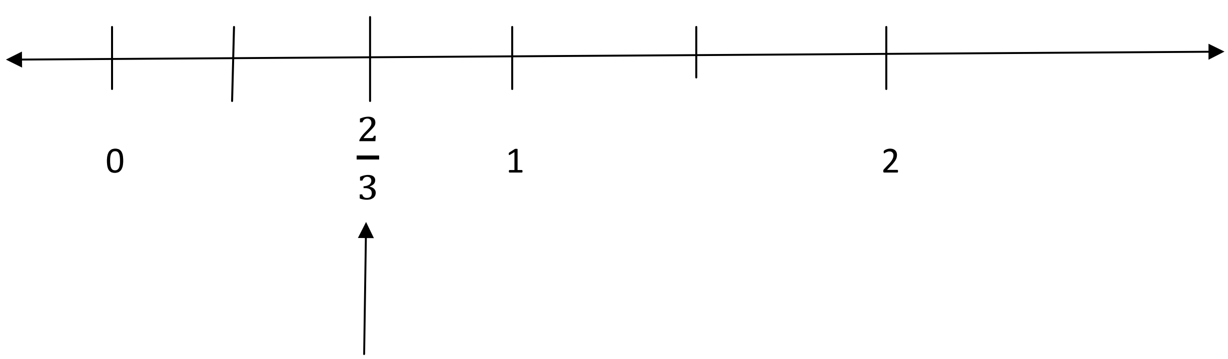
Veamos cómo localizar fracciones en una recta numérica.

Ejemplo 1: Para localizar $\frac{1}{2}$, recuerda que un medio, representa una parte de dos iguales.

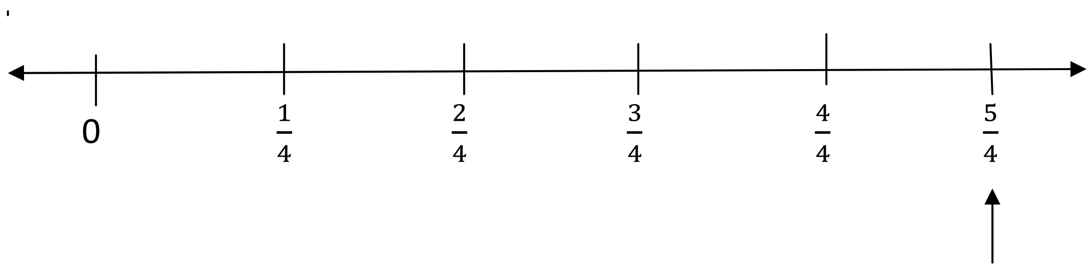
Divide la unidad en dos partes iguales y donde se marque la división, es el lugar que le corresponde.



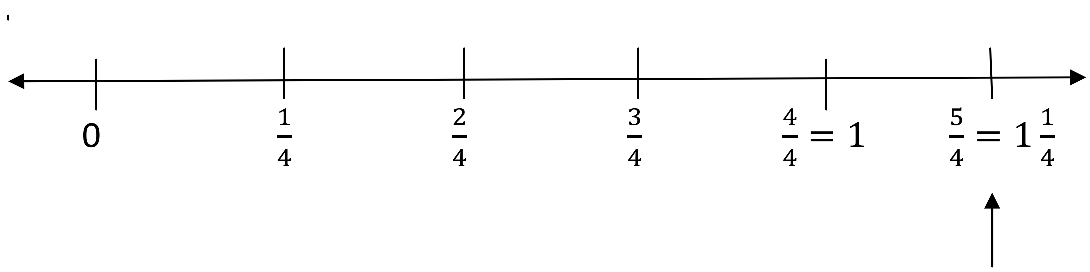
Ejemplo 2: Para localizar $\frac{2}{3}$, recuerda que dos tercios representan dos partes iguales de tres partes iguales. Divide la unidad en tres partes iguales y donde marque la segunda división es el lugar que le corresponde.



Ejemplo 3: Para localizar $\frac{5}{4}$, utilizaremos otro método: Este consiste en usar las fracciones unitarias como la unidad y contar hasta llegar a la fracción deseada.



Ahora, nota que, $\frac{5}{4}$ es una fracción impropia y analizando su posición en la recta numérica, podemos concluir que equivale a $1\frac{1}{4}$, o sea, que $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, ya que va después de $\frac{4}{4}$.



Aprovechemos la oportunidad para ilustrar como convertir una fracción impropia a su correspondiente número mixto y viceversa.

FRACCION IMPROPIA $\longrightarrow$ NÚMERO MIXTO

Para cambiar de fracción impropia a número mixto, dividimos el numerador entre el denominador de la fracción que queremos cambiar, obteniendo el cociente y el residuo de dicha división. El cociente de la división será el número entero del número mixto, mientras que el residuo de la división será el numerador de la fracción propia del número mixto. Sólo nos queda decir que el denominador de la fracción, en el número mixto, resulta ser el mismo denominador de la fracción impropia.

Ejemplo: Cambiar las siguientes fracciones impropias a números mixtos.

1. $\frac{12}{5}$ 2. $\frac{41}{9}$ 3. $\frac{35}{8}$ 4. $\frac{69}{4}$

Solución:

1. $12 \div 5 = 2$ con residuo 2 ⟶ $\frac{12}{5} = 2\ \frac{2}{5}$
2. $41 \div 9 = 4$ con residuo 5 ⟶ $\frac{41}{9} = 4\ \frac{5}{9}$
3. $35 \div 8 = 4$ con residuo 3 ⟶ $\frac{35}{8} = 4\ \frac{3}{8}$
4. $69 \div 4 = 17$ con residuo 1 ⟶ $\frac{69}{4} = 17\frac{1}{4}$

NÚMERO MIXTO ⟶ FRACCION IMPROPIA

Para cambiar de número mixto a fracción impropia, sólo tenemos que buscar el numerador de la fracción impropia resultante, ya que el denominador de la fracción impropia que buscamos, será el mismo denominador de la fracción del numero mixto que queremos cambiar. Entonces, para hallar el numerador que estamos buscando se multiplica el denominador de la fracción del numero mixto, que queremos cambiar, por el numero natural del número mixto y se le suma el numerador de la fracción del número mixto.

Ejemplo: Cambiar los siguientes números mixtos a fracciones impropias.

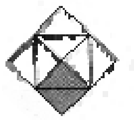
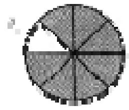
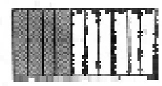
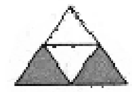
1. $7\frac{2}{5}$ 2. $8\frac{4}{9}$ 3. $5\frac{5}{8}$ 4. $9\frac{2}{11}$

Solución:

1. $5 \cdot 7 + 2 = 37 \longrightarrow 7\frac{2}{5} = \frac{37}{5}$
2. $9 \cdot 8 + 4 = 76 \longrightarrow 8\frac{4}{9} = \frac{76}{9}$
3. $8 \cdot 5 + 5 = 45 \longrightarrow 5\frac{5}{8} = \frac{45}{8}$
4. $11 \cdot 9 + 2 = 101 \longrightarrow 9\frac{2}{11} = \frac{101}{11}$

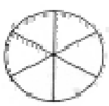
Práctica # 1

1. Señala la fracción sombreada correspondiente a cada figura.

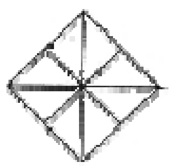
i)  ii)  iii)  iv) 

2. Sombrea la fracción indicada:

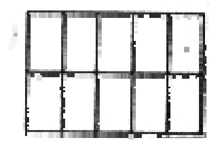
i) 2/3



ii) 5/8



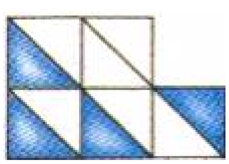
iii) 3/5

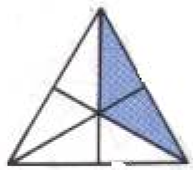


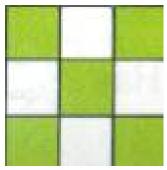
3. En cada una las siguientes fracciones identifica el numerador y el denominador:

i) $\frac{2}{11}$ ii) $\frac{3}{9}$ iii) $\frac{7}{15}$

4. Escribe en palabras la fracción que está representada en las siguientes figura:

i)  ________________________________

ii)  ____________________

iii)  ____________________

5. Localice en una recta numérica cada una de las siguientes fracciones:

i) $\frac{3}{9}$ ii) $\frac{5}{6}$ iii) $\frac{7}{10}$

6. Exprese en palabras las siguientes fracciones:

i) $\frac{3}{9}$ ii) $\frac{5}{6}$ iii) $\frac{7}{10}$

iv) $\frac{1}{5}$ v) $\frac{1}{8}$ vi) $\frac{1}{15}$

7. Cambiar las siguientes fracciones impropias a números mixtos.

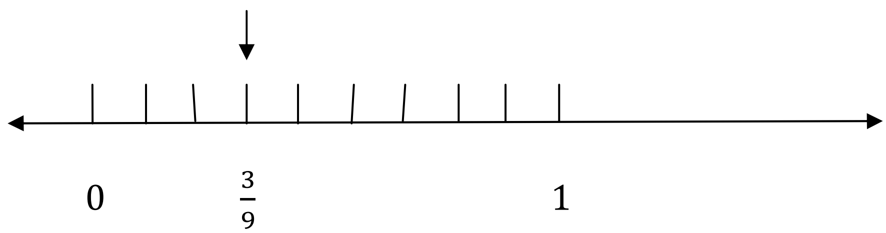
i) $\frac{21}{6}$ ii) $\frac{62}{10}$ iii. $\frac{53}{8}$ iv. $\frac{97}{9}$

8. Cambiar los siguientes números mixtos a fracciones impropias.

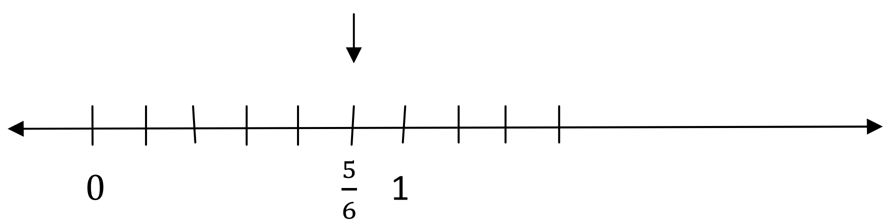
i) $7\frac{2}{5}$ ii) $8\frac{4}{9}$ iii) $5\frac{5}{8}$ iv) $9\frac{2}{11}$

Soluciones ejercicios práctica # 1

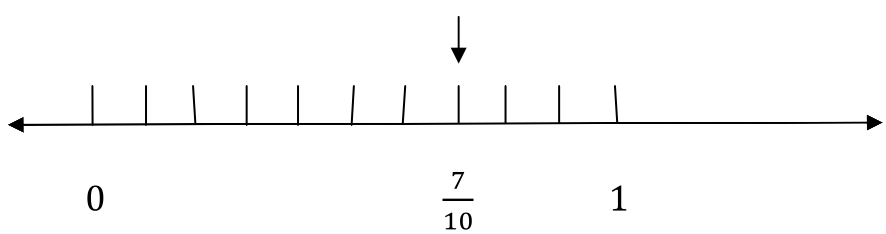
1. I) $\frac{2}{8}$ ii) $\frac{7}{8}$ iii) $\frac{4}{10}$ iv) $\frac{2}{4}$
2. i) Sombrear 4 de las 6 secciones del círculo. ii) Sombrear 5 de los 8 triangulitos.
   Iii) Sombreas 6 de los 10 rectángulos.
3. i) numerador 2, denominador 11. ii) numerador 3, denominador 9.
   Iii) numerador 7, denominador 15.
4. i) cuatro décimas. ii) dos sextos. Iii) cinco novenos.
5. i)



ii)



iii)

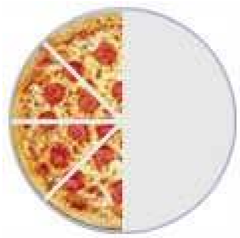


6. i) tres novenos ii) cinco sextos iii) siete séptimos
   iv) un quinto v) un octavo vi) un quinceavo
7. i) $3\frac{3}{6}$ ii) $6\frac{2}{10}$ iii) $6\frac{5}{8}$ iv) $10\frac{7}{9}$
8. i) $\frac{37}{5}$ ii) $\frac{76}{9}$ iii) $\frac{45}{8}$ iv) $\frac{101}{11}$

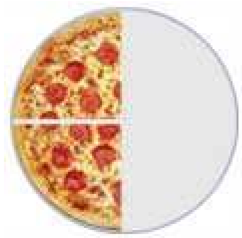
Fracciones equivalentes

Algunas fracciones parecen diferentes, pero en realidad representan la misma cantidad, por ejemplo:

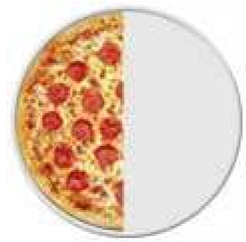
$^{4}/_{8}$
(Cuatro octavos)



$^{2}/_{4}$
(Dos cuartos)



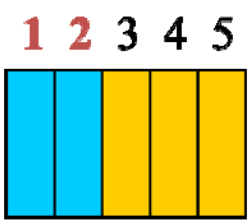
$^{1}/_{2}$
(Una mitad)



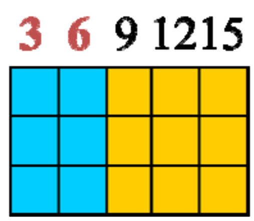
De la figura anterior podemos concluir que: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

Veamos otra ilustración:

Observa las siguientes figuras. Son dos rectángulos congruentes.



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{6}{15}$$

Si colocas las columnas 1 y 2 de la figura de la derecha sobre las columnas 3 y 6 de la figura de la izquierda, te darás cuenta que coinciden, lo que implica que, en figuras iguales, dos partes iguales de cinco es lo mismo que seis partes iguales de quince.

Esto quiere decir que las dos fracciones tienen el mismo valor, por lo que decimos, que las fracciones son **equivalentes** y se escriben de la siguiente forma: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

También podemos observar que: **2 · 15 = 5 · 6**

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

Generalizando:

Dos fracciones son equivalentes si el producto del numerador de cada una de ellas por el denominador de la otra es igual.

En otras palabras, dos fracciones son equivalentes si: **Los productos cruzados son iguales.** Ejemplos de pares de fracciones equivalentes:

1. $\frac{1}{3}\ y\ \frac{2}{6}$
2. $\frac{3}{4}\ y\ \frac{9}{12}$
3. $\frac{2}{10}\ y\ \frac{1}{5}$
4. $\frac{3}{5}\ y\ \frac{12}{20}$
5. $\frac{8}{14}\ y\ \frac{4}{7}$
6. $\frac{14}{21}\ y\ \frac{10}{15}$

Recomendación: Verifícalo multiplicando cruzado.

En algunas ocasiones, para llevar a cabo ciertos procesos, se necesitará encontrar una fracción equivalente a una fracción dada. Una forma de encontrarla es multiplicando el numerador y el denominador, simultáneamente, por la misma cantidad, como se ilustra en la próxima figura. Cuando multiplicas el numerador y el denominador, simultáneamente, por la misma cantidad, estas multiplicando por uno, por ende, el valor de la fracción no cambia.

$$\frac{1}{2} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{2}{4} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{6}{12}$$

Otra forma, para conseguir fracciones equivalentes, es dividiendo el numerador y el denominador, simultáneamente, por la misma cantidad, como se ilustra en la próxima figura.

$$\frac{18}{36} \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{=}} \frac{6}{12} \underset{\div 6}{\overset{\div 6}{=}} \frac{1}{2}$$

Nota que multiplicando siempre se podrá conseguir una fracción equivalente, pero dividiendo no es siempre así. Si no se puede conseguir una fracción equivalente mediante división entonces decimos que la fracción está en su **forma más simple**. Por ejemplo, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{9}$ entre muchas más, se encuentran en su forma más simple. Por otro lado, si se puede encontrar, al menos, una fracción equivalente a la dada mediante el proceso de división, entonces decimos que se está **simplificando.**

Ejemplo: Halla dos fracciones equivalentes a cada una de las siguientes fracciones.

1. $\frac{5}{6}$ 2. $\frac{8}{24}$ 3. $\frac{7}{11}$

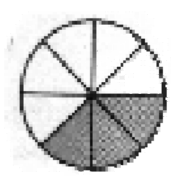
Solución: Hay infinitas contestaciones, en particular:

1. $\frac{10}{12}\ y\ \frac{15}{18}$ 2. $\frac{4}{12}\ y\ \frac{2}{6}$ 3. $\frac{14}{22}\ y\ \frac{21}{33}$

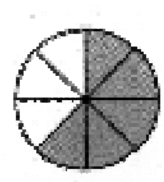
Comparación de Fracciones

Primero consideraremos fracciones homogéneas.

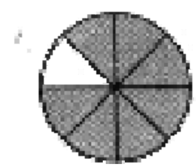
Para contestar la pregunta, ¿cuál fracción es mayor?, basta con saber lo que significa el numerador y el denominador. En éste caso, el denominador es el mismo, ya que son fracciones homogéneas. Luego, esto lo reduce a comparar los numeradores. Observa que las figuras siguientes se dividen en la misma cantidad de partes iguales. Nota que a mayor área sombreada, mayor es el numerador.



$\frac{3}{8}$



$\frac{5}{8}$



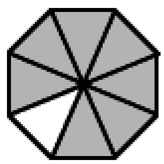
$\frac{7}{8}$

En símbolos, lo anterior implica, que $\frac{3}{8} < \frac{5}{8} < \frac{7}{8}$. Generalizando, puedo concluir, que si las fracciones son homogéneas, la mayor será la que tenga el mayor numerador o, se podría decir que la menor será, la que tenga el numerador menor.

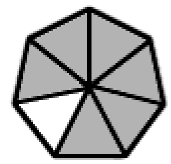
Por ejemplo: $\frac{7}{10}$ es mayor que $\frac{3}{10}$, en símbolos, $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$, ya que $7 > 3$. También se puede decir que $\frac{3}{10}$ es menor que $\frac{7}{10}$, en símbolos, $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$, ya que $3 < 7$.

Ahora consideraremos fracciones heterogéneas.

Observa las figuras siguientes. Son figuras iguales, pero están divididas de forma diferente, según indican las fracciones correspondientes. ¿Cómo podemos determinar la que tiene más área sombreada? O sea, ¿Cuál fracción es mayor?



$\frac{7}{8}$



$\frac{6}{7}$

Para contestar ésta pregunta, utilizaremos el concepto de fracciones equivalentes con el objetivo de convertirlas en fracciones homogéneas y así, poder compararlas. Esto es, tenemos que conseguir fracciones equivalentes a las fracciones dadas, pero con un mismo denominador. Para esto, usaremos, el múltiplo común menor (mcm) entre los denominadores de las fracciones dadas. Veamos los siguientes ejemplos:

1. ¿Cuál fracción es mayor: $\frac{6}{7}$ ó $\frac{7}{8}$?

Solución: Note que el múltiplo común menor entre 7 y 8, es el 56, se escribe $mcm\ (7, 8) = 56$, ya que es el primer múltiplo que se repite en la lista de múltiplos de 7 y de 8. También debes recordar, que hay otro método para calcular el múltiplo común menor entre dos o más números. Este es el que utiliza la factorización prima de cada número. Ahora, buscamos las fracciones equivalentes a $\frac{6}{7}$ y $\frac{7}{8}$, pero con denominador 56 y encontramos que sus fracciones equivalentes son:

$\frac{6}{7} = \frac{48}{56}$ y $\frac{7}{8} = \frac{49}{56}$. Luego: $\frac{48}{56} < \frac{49}{56} \longrightarrow \frac{6}{7} < \frac{7}{8}$.

2. ¿Cuál fracción es mayor: $\frac{3}{8}$ ó $\frac{5}{12}$?

Solución: $mcm\ (8, 12) = 24$ luego: $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ y $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$ luego

como, $\frac{10}{24} > \frac{9}{24} \longrightarrow \frac{5}{12} > \frac{3}{8}$.

3. ¿Cuál fracción es menor: $\frac{4}{21}$ ó $\frac{3}{14}$?

Solución: $mcm\ (21, 14) = 42$ luego: $\frac{4}{21} = \frac{8}{42}$ y $\frac{3}{14} = \frac{9}{42}$ luego

como, $\frac{8}{42} < \frac{9}{42} \longrightarrow \frac{4}{21} < \frac{3}{14}$.

4. ¿Cuál fracción es menor: $\frac{3}{4}$ ó $\frac{2}{3}$?

Solución: $mcm\ (3{,}4) = 12$ luego: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ y $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ luego

como, $\frac{8}{12} < \frac{9}{12} \longrightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$.

Práctica # 2

1. Selecciona en el siguiente conjunto de fracciones las que sean homogéneas.

$$\left\{\frac{1}{6}, \frac{5}{8}, \frac{1}{9}, \frac{7}{5}, \frac{8}{9}, \frac{2}{9}\right\}.$$

2. Selecciona en el siguiente conjunto de fracciones las que sean heterogéneas.

$$\left\{\frac{2}{6}, \frac{5}{8}, \frac{1}{9}, \frac{7}{5}, \frac{8}{9}, \frac{2}{9}\right\}.$$

3. Determina si los siguientes pares de fracciones son equivalentes:

i. $\frac{4}{3}\ y\ \frac{12}{9}$	ii. $\frac{4}{9}\ y\ \frac{2}{3}$	iii. $\frac{35}{40}\ y\ \frac{21}{24}$
iv. $\frac{8}{12}\ y\ \frac{12}{18}$	v. $\frac{12}{16}\ y\ \frac{4}{5}$	vi. $\frac{8}{22}\ y\ \frac{6}{20}$
vii. $\frac{10}{12}\ y\ \frac{15}{18}$	viii. $\frac{24}{12}\ y\ \frac{26}{13}$	ix. $\frac{3}{8}\ y\ \frac{4}{9}$

4. Completa los siguientes enunciados llenando el blanco con uno de los símbolos: $<,\ >\ \ o\ \ =$ de forma que haga la aseveración cierta.

i. $\frac{4}{3}\ \_\_\_\ \frac{12}{9}$	ii. $\frac{4}{9}\ \_\_\_\ \frac{2}{3}$
iii . $\frac{35}{40}\ \_\_\_\ \frac{23}{24}$	iv. $\frac{8}{12}\ \_\_\_\ \frac{12}{18}$
v. $\frac{12}{16}\ \_\_\_\ \frac{4}{5}$	vi. $\frac{8}{22}\ \_\_\_\ \frac{6}{20}$
vii. $\frac{10}{12}\ \_\_\_\ \frac{15}{18}$	viii. $\frac{24}{12}\ \_\_\_\ \frac{26}{13}$
ix. $\frac{3}{8}\ \_\_\_\ \frac{4}{9}$	x. $\frac{5}{19}\ \_\_\_\ \frac{4}{18}$

Soluciones ejercicios práctica # 2

1. $\left\{ \frac{1}{9}, \frac{8}{9}, \frac{2}{9} \right\}$

2. $\left\{ \frac{2}{6}, \frac{5}{8}, \frac{7}{5} \right\}$

3. i, iii, iv, vii y viii

4.

i) $=$	ii) $<$	iii) $<$	iv) $=$	v) $<$
vi) $>$	vii) $=$	viii) $=$	ix) $<$	x) $>$

OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMA DE FRACCIONES

Gaby tiene una peseta, o sea, que tiene un cuarto de dólar. Su padrino le regala dos pesetas, o sea, dos cuartos de dólar. Entonces, ahora Gaby tiene tres pesetas, que son tres cuartos de dólar. Esto, en símbolos se puede escribir de la siguiente forma:

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$. Nota que esto es así porque son monedas que tienen el mismo valor.

En otras palabras, se pueden interpretar como fracciones homogéneas. En conclusión, para sumar fracciones homogéneas nos basta con sumar los numeradores, dejando el mismo denominador. Veamos los siguientes ejemplos:

1. $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$ 2. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} =$ 3. $\frac{12}{17} + \frac{9}{17} =$ 4. $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} =$

Solución:

1. $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

2. $\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5+2}{9} = \frac{7}{9}$

3. $\frac{12}{17} + \frac{9}{17} = \frac{12+9}{17} = \frac{21}{17} = 1\frac{4}{17}$

4. $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5+3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

Nota que en el ejemplo 4, el primer resultado obtenido no estaba en forma simple. Por lo regular, se acostumbra a presentar las fracciones en forma simple. Esto se hace cancelando los factores comunes entre el numerador y el denominador.

¿Qué tal si Gaby tiene guardada, algunas monedas de diferente valor? Por ejemplo, tres sencillos (moneda de diez centavos) y dos pesetas. En símbolos, podemos decir que Gaby tiene, $\frac{3}{10} + \frac{2}{4}$ de dólar por qué un sencillo es una décima parte de un dólar y cada peseta es un cuarto de dólar. Pero, las monedas son de diferente valor, por lo tanto, se puede decir que representan fracciones heterogéneas. Recuerde, que las fracciones heterogéneas las podemos convertir en fracciones homogéneas, como se hizo para comparar dichas fracciones. Entonces, aplicaremos el mismo proceso que cuando comparamos fracciones heterogéneas. En resumen, para sumar fracciones heterogéneas: Primero, hallamos el múltiplo común menor entre los denominadores de las fracciones heterogéneas.

Segundo, hallamos las fracciones equivalentes a las fracciones heterogéneas, pero con el múltiplo común menor, qué ya fue identificado en la primera parte.

Tercero, cómo ya son fracciones homogéneas, se suman los numeradores dejando el mismo denominador.

Por último, de ser necesario se simplifica la fracción que resulte. Esto es, cancelar los factores comunes entre el numerador y el denominador.

Veamos los siguientes ejemplos:

1. $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} =$ 2. $\frac{5}{6} + \frac{4}{9} =$ 3. $\frac{1}{12} + \frac{7}{18} =$ 4. $\frac{4}{15} + \frac{1}{4} =$

Solución:

1. $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{14}{35} + \frac{15}{35} = \frac{29}{35}$

$mcm(5,7) = 35$

2. $\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18} = 1\,\frac{5}{18}$

$mcm(6,9) = 18$

3. $\frac{1}{12} + \frac{7}{18} = \frac{3+14}{36} = \frac{17}{36}$

$mcm(12,18) = 36$

4. $\frac{4}{15} + \frac{1}{4} = \frac{16+15}{60} = \frac{21}{60}$

$mcm(15,4) = 60$

RESTA DE FRACCIONES

Para restar fracciones se utiliza el mismo proceso que hemos acabado de explicar para la suma, pero naturalmente, dónde esté la suma, se cambia por resta.

Veamos los siguientes ejemplos y recuerde que hay que simplificar de ser necesario:

1. $\frac{15}{27} - \frac{3}{27} =$ 2. $\frac{14}{21} - \frac{2}{21} =$ 3. $\frac{12}{17} - \frac{9}{17} =$

4. $\frac{5}{12} - \frac{3}{8} =$ 5. $\frac{6}{7} - \frac{3}{14} =$ 6. $\frac{12}{20} - \frac{7}{12} =$

Solución:

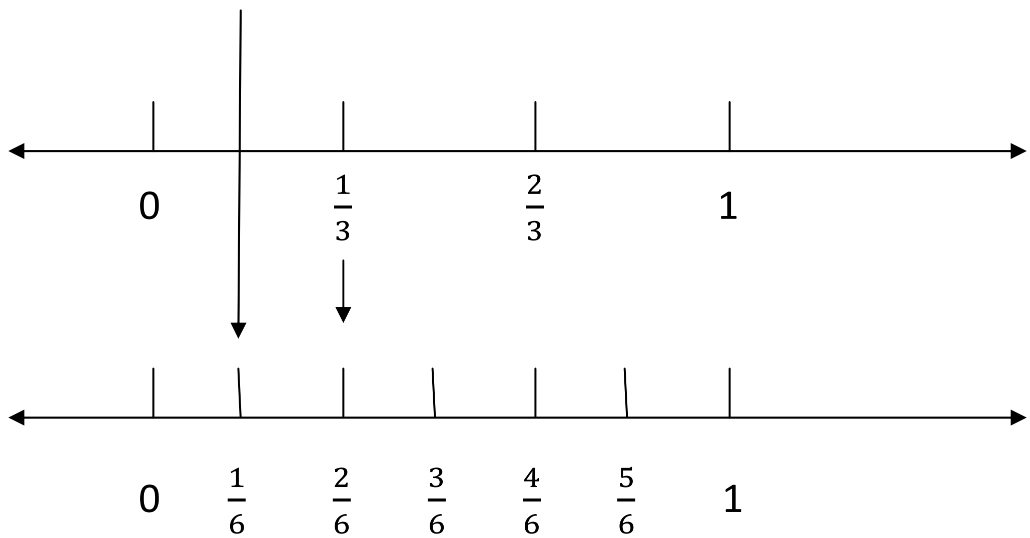
1. $\frac{15}{27} - \frac{3}{27} = \frac{12}{27} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{4}{9}$ 2. $\frac{14}{21} - \frac{2}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{4}{7}$

3. $\frac{12}{17} - \frac{9}{17} = \frac{3}{17}$ 4. $\frac{5}{12} - \frac{3}{8} = \frac{10}{24} - \frac{9}{24} = \frac{1}{24}$

5. $\frac{6}{7} - \frac{3}{14} = \frac{12}{14} - \frac{3}{14} = \frac{9}{14}$ 6. $\frac{12}{20} - \frac{7}{12} = \frac{36}{60} - \frac{35}{60} = \frac{1}{60}$

MULTIPLICACION DE FRACCIONES

Queremos investigar que resulta de multiplicar un medio y un tercio. Simbólicamente, se escribe: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$, Esto se puede leer como, un medio de un tercio. O sea, que nos están preguntando: ¿cuál es la mitad de un tercio? Ilustremos esta situación en una recta numérica. La pregunta se puede cambiar a: ¿cuál es el punto medio entre cero y un tercio?



Como podemos ver en la ilustración, la contestación es $\frac{1}{6}$. Pero observe, que el resultado se puede obtener directamente, multiplicando el numerador por numerador y el denominador por el denominador.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

NOTACION: Tenemos tres formas que nos indican multiplicación: 1) El punto: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

2) La x: $\frac{1}{2} \; x \; \frac{1}{3}$ 3) Paréntesis: $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)$

Veamos los siguientes ejemplos y recuerde que hay que simplificar de ser necesario:

1. $\frac{15}{25} \cdot \frac{9}{27} =$ 2. $\frac{14}{21} \cdot \frac{21}{7} =$ 3. $\frac{12}{30}\ x\ \frac{9}{4} =$

4. $\frac{35}{8}\ x\ \frac{8}{28} =$ 5. $\left(\frac{17}{4}\right)\left(\frac{8}{34}\right) =$ 6. $\left(\frac{45}{100}\right)\left(\frac{60}{18}\right) =$

Solución: Se recomienda que antes de multiplicar cancelen los factores comunes, así se ilustra a continuación.

1. $\frac{15}{25} \cdot \frac{9}{27} = \frac{15 \cdot 9}{25 \cdot 27} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 9}{5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{1}{5}$ 2. $\frac{14}{21} \cdot \frac{21}{7} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 21}{21 \cdot 7} = \frac{2}{1} = 2$

3. $\frac{12}{30} x \frac{9}{4} = \frac{12x9}{30x4} = \frac{6x2x3x3}{6x5x2x2} = \frac{9}{10}$ 4. $\frac{35}{8}\ x\ \frac{8}{28} = \frac{35x8}{8x28} = \frac{7x5x8}{8x7x4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

5. $\left(\frac{17}{4}\right)\left(\frac{8}{34}\right) = \frac{17 \cdot 8}{4 \cdot 34} = \frac{17 \cdot 4 \cdot 2}{4 \cdot 17 \cdot 2} = \frac{1}{1} = 1$ 6. $\left(\frac{45}{100}\right)\left(\frac{60}{18}\right) = \frac{9 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 3}{20 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

La forma en que se factorice y el orden para cancelar los factores puede variar de persona en persona. Lo importante es que el resultado, en forma simple, sí tiene que ser el mismo.

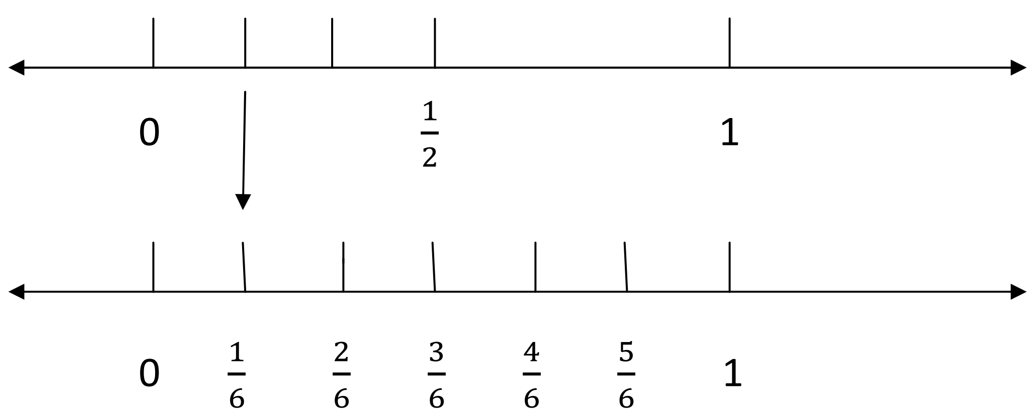
DIVISION DE FRACCIONES

Analicemos que quiere decir $3 \div \frac{1}{2}$. Lo que nos están preguntando es, ¿Cuántas veces cabe $\frac{1}{2}$ en 3? o ¿Cuántas mitades hay en 3? Sabemos que hay dos mitades en una unidad, cuatro mitades en dos unidades, por lo tanto, hay seis mitades en tres unidades. Entonces, podemos concluir que: $3 \div \frac{1}{2} = 6.$

Observe que el resultado, también se puede obtener de la siguiente forma, recordemos que, en cada unidad (uno) hay dos mitades. Luego, podemos decir que:

$$3 \div \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Ahora, veamos que quiere decir $\frac{1}{2} \div 3.$ Aquí, lo que queremos saber es, que sí tengo una mitad y la divido en 3 partes iguales, ¿qué resulta? Utilizando una recta numérica, localice los números uno y un medio. Cada mitad divídala en tres partes iguales. Note que el intervalo entre cero y uno queda dividido en 6 partes iguales. Por lo tanto, a la primera división le corresponde al número $\frac{1}{6}$ y observe que esto es lo que estaba buscando, ya que resulta ser una mitad dividido en tres partes iguales. Entonces, podemos concluir que:



Entonces, podemos concluir que $\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$.

Observe que el resultado, también se puede obtener de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Nota, que en ambos casos la división se cambio a multiplicación. Además, el número por el cual, se estaba dividiendo, también cambió. Es útil darle su propio nombre a éste último cambio. Le llamaremos el recíproco. En general, el recíproco de un número se refiere a intercambiar el numerador por el denominador y viceversa. Por ejemplo: el recíproco de $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$, el recíproco de $\frac{1}{3}$ es 3, el recíproco de 4 es $\frac{1}{4}$, (recuerde que $4 = \frac{4}{1}$) el recíproco de $\frac{7}{5}$ es $\frac{5}{7}$. El **cero** es el único número cardinal que no tiene recíproco. ¿Por qué?

Veamos los siguientes ejemplos y recuerde que hay que simplificar de ser necesario:

1. $\frac{8}{9} \div 4 =$
2. $14 \div \frac{21}{7} =$
3. $\frac{12}{28} \div \frac{9}{14} =$
4. $\frac{35}{8} \div \frac{8}{28} =$
5. $\frac{7}{9} \div \frac{1}{8} =$
6. $\frac{5}{8} \div \frac{15}{24} =$

Solución:

1. $\frac{8}{9} \div 4 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$
2. $14 \div \frac{21}{7} = \frac{14}{1} \cdot \frac{7}{21} = \frac{14 \cdot 7}{1 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{14}{3}$

3. $\frac{12}{28} \div \frac{9}{14} = \frac{12}{28} \cdot \frac{14}{9} = \frac{12 \cdot 14}{28 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 14}{2 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

4. $\frac{35}{8} \div \frac{8}{28} = \frac{35}{8} \cdot \frac{28}{8} = \frac{35 \cdot 28}{8 \cdot 8} = \frac{35 \cdot 4 \cdot 7}{4 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{245}{16} = 15\ \frac{5}{16}$

5. $\frac{7}{9} \div \frac{1}{8} = \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{1} = \frac{56}{9} = 6\frac{2}{9}$

6. $\frac{5}{8} \div \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \cdot \frac{24}{15} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 8}{8 \cdot 3 \cdot 5} = 1$

Operaciones que involucran números mixtos

Recomendamos que todo aquel ejercicio, que involucre algún número mixto, cambie dicho número a su correspondiente fracción impropia y aplique lo discutido respecto a las operaciones con fracciones según corresponda.

Veamos los siguientes ejemplos y recuerde que hay que simplificar de ser necesario:

1. $3\frac{2}{5} + 2\ \frac{3}{10} =$

2. $7\frac{4}{9} - 2\ \frac{5}{9} =$

3. $6\ \frac{7}{8} \cdot 3\ \frac{1}{5} =$

4. $4\ \frac{1}{5} \div 2\ \frac{1}{10} =$

Solución:

1. $3\frac{2}{5} + 2\ \frac{3}{10} = \frac{17}{5} + \frac{23}{10} = \frac{34}{10} + \frac{23}{10} = \frac{57}{10} = 7\ \frac{7}{10}$
2. $7\frac{4}{9} - 2\ \frac{5}{9} = \frac{67}{9} - \frac{23}{9} = \frac{44}{9} = 3\frac{8}{9}$
3. $6\ \frac{7}{8} \cdot 3\ \frac{1}{5} = \frac{55}{8} \cdot \frac{16}{5} = \frac{11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 8}{8 \cdot 5} = \frac{22}{1} = 22$
4. $4\ \frac{1}{5} \div 2\ \frac{1}{10} = \frac{21}{5} \div \frac{21}{10} = \frac{21}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{21 \cdot 10}{5 \cdot 21} = \frac{2}{1} = 2$

Práctica # 3

1. Simplifica las siguientes fracciones:

i) $\frac{14}{42}$ ii) $\frac{48}{18}$ iii) $\frac{150}{180}$

2. Convierte cada número mixto en una fracción impropia o viceversa.

i) $4\frac{3}{8}$ ii) $\frac{22}{7}$ iii) $12\frac{1}{3}$

iv) $\frac{67}{9}$ v) $9\frac{5}{4}$ vi) $\frac{49}{5}$

3. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica.

i) $\frac{5}{6} + \frac{4}{18}$ ii) $\frac{8}{27} + \frac{7}{18}$

iii) $\frac{7}{12} - \frac{3}{16}$ iv) $\frac{6}{10} - \frac{5}{14}$

v) $\frac{35}{25} \cdot \frac{9}{21}$ vi) $\frac{14}{42} \cdot \frac{21}{49}$

vii) $\frac{5}{9} \div \frac{10}{18}$ viii) $\frac{4}{27} \div \frac{12}{27}$

ix) $\frac{2}{5} + 2\ \frac{7}{10}$ x) $5\frac{4}{9} - 3\ \frac{1}{6}$

xi) $2\ \frac{1}{4} \cdot 1\ \frac{1}{18}$ xii) $4\ \frac{2}{7} \div 1\ \frac{1}{5}$

Soluciones ejercicios práctica # 3

1. i) $\frac{1}{3}$ ii) $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ iii) $\frac{5}{6}$

2. i) $\frac{35}{8}$ ii) $3\ \frac{1}{7}$ iii) $\frac{37}{3}$ iv) $7\frac{4}{9}$ v) $\frac{41}{4}$ vi) $9\ \frac{4}{5}$

3. i) $1\frac{1}{18}$ ii) $\frac{37}{54}$ iii) $\frac{19}{48}$ iv) $\frac{17}{70}$ v) $\frac{3}{5}$ vi) $\frac{1}{7}$

   vii) 1 viii) $\frac{1}{3}$ ix) $3\frac{1}{10}$ x) $2\frac{5}{18}$ xi) $2\frac{3}{8}$ xii) $3\frac{4}{7}$

Usos de las fracciones en problemas de división

En esta sección presentaremos varias situaciones cotidianas donde se ilustra el uso de las fracciones.

Ejemplo 1: Carlos, Johanna y Raiza fueron a comer a una pizzería. Ordenan una pizza grande que tiene 12 pedazos. Raiza se comió 2 pedazos, Johanna se comió 4 y Carlos se comió el resto de la pizza. Suponiendo que los pedazos tienen el mismo tamaño, ¿qué parte del total de la pizza se comió cada uno?

Solución: Raiza se comió 2 de 12 pedazos, Johanna se comió 4 de 12 y Carlos se comió 6 de 12. O sea, Raiza $\frac{2}{12}$, Johanna $\frac{4}{12}$ y Carlos $\frac{6}{12}$. Note que $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$, $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$, y $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$. Finalmente, Raiza se comió una sexta parte, Johanna se comió una cuarta parte y Carlos se comió la mitad de la pizza.

Ejemplo 2: Jaime tiene 18 monedas en una alcancía. Tiene 8 monedas de 5 centavos y 10 monedas de 25 centavos. ¿Qué parte del total de monedas son de 25 centavos?

Solución: Jaime tiene 10 monedas de un total de 18 monedas, o sea $\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$. Por lo tanto, Jaime tiene cinco novenos del total de monedas en monedas de 25 centavos.

Ejemplo 3: Entre Adalberto, Mariano y Esteban escribieron un libro de 9 capítulos, donde cada capítulo era del mismo tamaño. Adalberto escribió 6 capítulos, Mariano 2 capítulos y Esteban un capítulo. ¿Qué porción del libro escribió cada uno?

Solución: Adalberto escribió, $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, Mariano $\frac{2}{9}$ y Esteban $\frac{1}{9}$. Esto nos dice que Adalberto escribió dos terceras partes del libro, mientras que Mariano y Esteban escribieron dos novenas partes y una novena parte, respectivamente.

Ejemplo 4: Ramón guarda 30 canicas, de las cuales 12 son rojas, 9 son azules, 6 son verdes y 3 son negras.

i) ¿Qué parte del total de canicas son de cada color?

ii) ¿Qué parte del total de canicas **no** son azules?

iii) ¿Qué parte del total de canicas son rojas o verdes?

Solución: i) Rojas: $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$, esto es dos quintas partes son rojas.

Azules: $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$, esto es tres décimas son azules.

Verdes: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$, esto es una quinta parte es roja.

Negras: $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$, esto es una décima es azul.

ii) 21 de 30 **no** son azules, , esto es $\frac{21}{30} = \frac{7}{10}$, esto es siete décimas partes no son azules.

iii) Entre rojas y verdes hay 18 de 30, $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$, esto es, tres quintas partes.

Práctica # 4

Resuelve los siguientes problemas:

1) ¿Qué parte del total recibe cada persona, si se reparten 18 dulces entre dos personas? ¿Si se reparten 18 dulces entre 3 personas? ¿Si se reparten 18 dulces entre 6 personas?

2) Jesús y Camilo tienen 24 láminas entre los dos; $\frac{1}{3}$ de esas láminas es de Jesús y el resto es de Camilo.

i) ¿Qué parte del total es de Camilo? ii) ¿Cuántas son de Camilo?

Iii) ¿Cuántas son de Jesús?

3) En una caja hay 30 lápices, $\frac{2}{5}$ son rojos;

i) ¿Cuántos lápices son rojos? ii) ¿Cuántos lápices no son rojos?

4) "Se necesitan comprar bombones para dar como premio en una competencia, de manera tal que: el niño que quede en el primer lugar recibe, $\frac{1}{2}$ del total de bombones, el niño que quede en el segundo lugar recibe, $\frac{2}{5}$ partes del total de bombones y el niño que quede en el tercer lugar recibe, $\frac{1}{10}$ parte del total de bombones"

¿Se pueden entregar estos premios si se lograron comprar 20 bombones?

¿y si lograran comprar 25 bombones? ¿y si compran 60 bombones?

Soluciones ejercicios práctica # 4

1. $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}, \quad \frac{6}{18} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ 2. i) $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ ii) 16 iii) 8

3. i) 12, ii) 18

4. Con 20 bombones se pueden entregar los premios, ya que la mitad de 20 son 10 para el primer lugar, dos quintas partes de 20 son ocho para el segundo lugar y por último, una decima parte de 20 son dos y además 10 + 8 + 2 = 20.

Con 25 no se puede porque la mitad de 25, no es un número cardinal.

Con 60 también se puede 30 + 12 + 6 = 60.

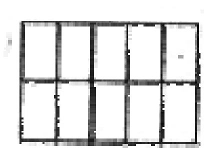
POS PRUEBA

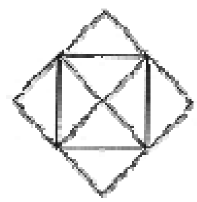
Representación de Fracciones II

Cuarto a Sexto Grado

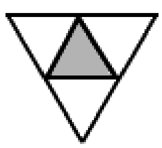
1. Sombrea la fracción indicada en la figura correspondiente:

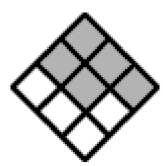
$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{8}$





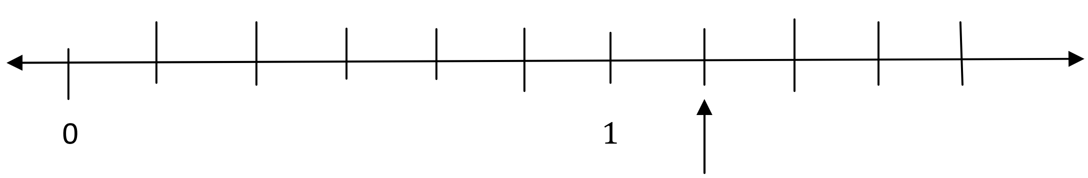
2. Indica en el blanco de la derecha la fracción sombreada correspondiente a cada figura.

 ________

 ________

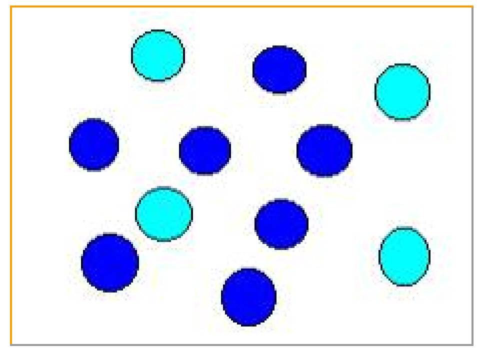
3. Dibuja una recta numérica y localiza el $\frac{4}{7}$.

4. ¿Qué número se indica en el siguiente diagrama?



5. ¿Qué parte del total de elementos del siguiente conjunto están pintados de negro? Escribe la contestación en palabras en el blanco de la izquierda.

____



6. Halla dos fracciones equivalentes a $\frac{14}{21}$.

7. En la fracción $\frac{9}{12}$ al número 9 se le conoce como el _______________________, mientras al número 12 se le llama el _____________________________.

8. Escriba $<$, $>$ ó $=$ según corresponda de manera que la aseveración cierta.

i) $\frac{5}{7} \bigcirc \frac{3}{4}$ ii) $\frac{1}{5} \bigcirc \frac{1}{6}$ iii) $\frac{14}{24} \bigcirc \frac{7}{12}$

9. Completa la siguiente tabla

Repartir en partes iguales	Entre	A cada uno le corresponden	Fracción del total
4 manzanas	8 personas	media manzana	
1 pizza	6 personas		
32 chocolates		4 chocolates	
	5 personas	1 plátano	
		6 dulces	1/3

10. Exprese $5\frac{3}{4}$ como un fracción impropia.

11. Exprese $\frac{23}{5}$ como un número mixto.

12. Simplifica cada una de las siguientes fracciones:

ii) $\frac{24}{36} =$

ii) $\frac{48}{21} =$

13. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica: Exprese la solución en forma simple:

ii) $\frac{4}{9} + \frac{4}{9} =$

ii) $1\frac{3}{8} - \frac{5}{12} =$

iii) $\left(\frac{4}{9}\right)\left(\frac{2}{16}\right) =$

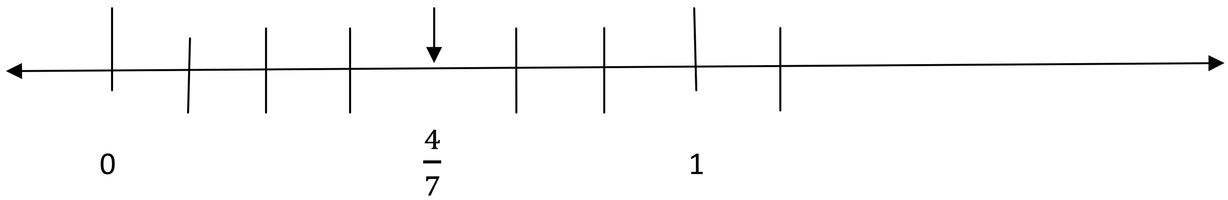
iv) $3\left(\frac{1}{5}\right) \div 1\left(\frac{1}{4}\right) =$

Clave Pos prueba Representación de Fracciones II

4. Rectángulo: Tiene que sombrear 4 rectangulitos de los 10 que hay.

5. Cuadrado: Tiene que sombrear 5 triangulitos de los 8 que hay.

6.



4. $\frac{7}{16}$ 5. Siete onceavos 6. $\frac{3}{4}$ y $\frac{18}{24}$ entre muchas otras.

7. numerador, denominador. 8. $<$, $>$, $=$.

9. Completa la siguiente tabla

Repartir en partes iguales	Entre	A cada uno le corresponden	Fracción del total
4 manzanas	8 personas	media manzana	½
1 pizza	6 personas	Un sexto de pizza	1/6
32 chocolates	8 personas	4 chocolates	¼
5 plátanos	5 personas	1 plátano	1/5
18 dulces	3 personas	6 dulces	1/3

10. $\frac{23}{4}$ 11. $4\frac{3}{5}$ 12. i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$

13. i) $\frac{8}{9}$ ii) $\frac{23}{24}$ iii) $\frac{1}{18}$ iv) $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$