Universidad de Puerto Rico en Bayamón
Departamento de Matemáticas

MÓDULO 7:

MEDICIÓN
(4to – 6to)

Preparado por:
Prof. Adalberto Agosto
Catedrático Auxiliar, Departamento de Matemáticas
Universidad de Puerto Rico en Bayamón
julio 2010

PRE-PRUEBA

Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios y escoja la alternativa correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes unidades de medida **no** pertenece al Sistema Internacional de Unidades (SI)?

   a. metro
   b. litro
   c. libra
   d. gramo

2. ¿Cuál de las siguientes unidades de medida pertenece al sistema de medidas Inglés?

   a. mililitro
   b. tonelada
   c. hectómetro
   d. kilogramo

3. ¿Cuál de las siguientes longitudes es la mayor?

   a. 2 m
   b. 15 dm
   c. 100 cm
   d. 1,000 mm

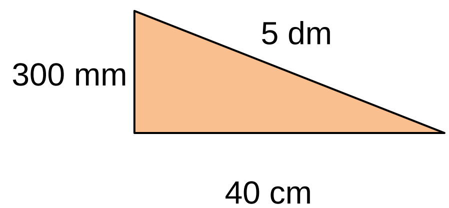
4. El área de un rectángulo cuyo largo mide 2 yardas y su ancho mide 3 pies es

   a. 6 yardas^2
   b. 2 yardas^2
   c. 6 pies^2
   d. 9 pies^2

5. ¿Cuál de las siguientes medidas en más razonable para el peso de un libro de texto de matemáticas?

   a. 20 kg
   b. 3 oz
   c. 1 ton
   d. 2,000 mg

6. ¿Cuál es el perímetro del siguiente polígono?



   a. 345 mm
   b. 750 mm
   c. 1,200 mm
   d. 5,700 mm

7. Considere un círculo con circunferencia **C** y diámetro **d**, ¿cuál de las siguientes expresiones es equivalente a π?

   a. Cd
   b. $\frac{C}{d}$
   c. $\frac{d}{C}$
   d. $\frac{Cd}{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes medidas **no** es equivalente a un galón?

   a. 32 tazas
   b. 8 pintas
   c. 4 cuartillos
   d. 128 onzas

9. ¿Cuál es el área de la superficie de un prisma rectangular con 5mm de largo, 3mm de ancho y 4mm de alto?

a. 47 mm^2
b. 60 mm^2
c. 94 mm^2
d. 120 mm^2

10. Un reloj de arena comienza a las 17 horas del día 1 y terminó a las 9 horas del día 3, ¿cuánto tiempo transcurrió si ambos días corresponden al mismo mes y al mismo año?

a. 1 día y 14 horas
b. 1 día y 15 horas
c. 1 día y 16 horas
d. 1 día y 17 horas

OBJETIVOS

Luego de finalizar el estudio de este módulo estarás capacitado para

1. estimar y medir longitudes

    a. utilizando medidas arbitrarias.

    b. utilizando unidades del Sistema Métrico.

    c. utilizando unidades del Sistema Inglés.

2. describir la relación entre pulgada, pie y yarda.

3. describir la relación entre centímetro y metro.

4. estimar y utilizar las medidas de peso.

5. estimar y utilizar las medidas de capacidad.

6. comparar longitudes, pesos y volúmenes (capacidad) de pares de objetos.

7. determinar el perímetro y el área de polígonos.

8. describir la relación entre el diámetro y la circunferencia de un círculo.

9. determinar la circunferencia y el área de un círculo.

10. determinar el volumen y el área de superficie de figuras tridimensionales tales como prismas rectangulares, cubos y cilindros.

11. hallar el perímetro y el área de figuras compuestas dividiéndolas en figuras conocidas como rectángulos y triángulos, entre otras.

12. determinar el área de cuadriláteros y triángulos utilizando cuadrículas.

13. resolver problemas que involucren conversiones sencillas dentro de un mismo sistema de medidas.

14. determinar el tamaño apropiado de la unidad de medida en una situación que involucre características como: longitud, tiempo, capacidad o peso.

15. identificar y utilizar los prefijos de las unidades de longitud más comunes y las abreviaturas del sistema métrico e inglés y reconocer sus valores

equivalentes.

16. reconocer las relaciones de tiempo (minutos en una hora, días en una semana o mes; semanas en un mes).

17. comparar y ordenar secuencia o duración de eventos.

18. utilizar unidades de tiempo para resolver problemas del diario vivir.

JUSTIFICACIÓN

El estudio de la medición es de gran importancia en matemáticas debido a su aplicabilidad en muchos aspectos de la vida. La medición incluye la comprensión de las unidades, sistemas y procesos de medición, así como la aplicación de técnicas, herramientas y fórmulas para determinar medidas. Además, la medición puede servir como una forma de integrar los diferentes dominios de la matemática, debido a que ofrece oportunidades de aprender y aplicar este conocimiento en otras áreas de las matemáticas como la numeración, la geometría, las funciones y las estadísticas.

Este módulo ha sido diseñado con el propósito de desarrollar en usted los conocimientos básicos acerca de la utilización de sistemas de unidades estandarizadas, herramientas y técnicas de medición, para establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.

INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN

Una ***medida*** es un número que muestra el tamaño o cantidad de algo. En toda actividad humana se presenta la necesidad de medir cosas. Aún los niños al jugar a menudo tienen que medir, por ejemplo, utilizan la mano completamente abierta, cuando quieren conocer qué distancia existe entre dos canicas, utilizan los pies colocados uno detrás del otro para medir la distancia de un lugar a otro. En la antigüedad también se medía de esta forma. Los egipcios, constructores de pirámides, usaban su cuerpo, específicamente el brazo, la mano, los dedos y el pie como instrumentos de medidas, dependiendo del tamaño de las cosas que tenían que medir. Pero, podrá imaginar las controversias que surgían entre los comerciantes, constructores, y todas aquellas personas que de alguna u otra forma tenían que usar constantemente este tipo de medidas, ya que lo que medía una persona resultaba diferente para otra, pues variaban según el tamaño de los dedos, brazos o pies. Por lo tanto, fue creciendo la necesidad de establecer ***unidades de medidas estandarizadas***, o sea, unidades de medidas que impliquen las mismas cantidades sin importar quién las utilice.

Una ***unidad de medida*** es una cantidad estandarizada de una determinada magnitud física como lo son la longitud, el tiempo y el peso. Por ejemplo, para longitud existen varias unidades de medida entre ellas podemos mencionar metro, pie, milla, etc. . Un conjunto consistente de unidades de medida en el que cada magnitud tenga una unidad asociada es denominado ***sistema de unidades***.

Ante la necesidad de implantar un sistema universal de unidades de medidas en el año 1960 el Comité Internacional de Pesos y Medidas con sede en Francia establece el ***Sistema Internacional de Unidades*** **(SI)** para ser utilizado internacionalmente. Este sistema de unidades también es conocido como el ***sistema***

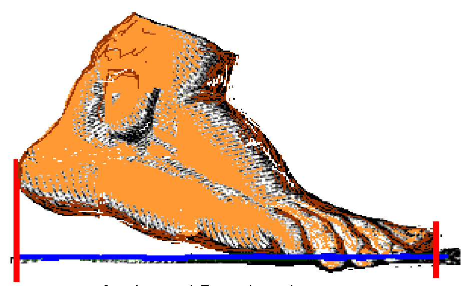
métrico decimal. Actualmente, aproximadamente el 95% de la población mundial vive en países donde se usa el sistema métrico y sus derivados. Los países anglosajones utilizan muchas unidades del SI, pero todavía emplean unidades propias de su cultura como el pie, la libra, la milla, etc., pertenecientes al ***sistema Inglés***.

A continuación nos concentraremos en la discusión del uso de estos dos sistemas de unidades para medir longitud, peso, capacidad y tiempo.

LONGITUD

Al medir el largo de un objeto o la distancia entre un punto y otro utilizamos unidades lineales (en una sola dimensión) estandarizadas.

SISTEMA INGLÉS



El sistema Inglés surgió de la creatividad de las personas al medir usando su cuerpo. Las unidades estandarizadas de longitud en el sistema Inglés son pulgada, pie, yarda y milla. Por ejemplo, la pulgada tiene origen en los griegos, quienes se basaban en la medida del dedo pulgar. En latín la palabra para pulgada es ***uncia***, lo que significa $\frac{1}{12}$, lo cual es relación entre el pie y la pulgada. El pie era la medida del pie humano y la yarda era la circunferencia de la cintura de una persona. Pero para evitar las controversias que trajo esta forma de obtener medidas, se definió la yarda como la distancia entre dos marcas sobre una barra de cobre que se mantiene en Londres, Inglaterra. El pie se definió exactamente como $\frac{1}{3}$ de la distancia de la yarda estándar y la pulgada se definió como $\frac{1}{36}$ de la distancia de la yarda.

La siguiente tabla presenta las equivalencias entre las unidades de medida del sistema Inglés y sus abreviaturas. Notemos que las abreviaturas de las unidades de medida provienen de sus correspondientes palabras en el idioma Inglés.

UNIDADES DE LONGITUD DEL SISTEMA INGLÉS
1 pie (ft) = 12 pulgadas (in)
1 yarda (yd) = 3 pies
1 milla (mi) = 5,280 pies

A la hora de medir una distancia debemos seleccionar la unidad de medida apropiada. Por ejemplo, debemos medir la distancia de una ciudad a otra en millas ya que es una distancia grande para ser medida en pulgadas, pies o yardas. Al medir el tamaño del zapato que calzamos, debemos utilizar pulgadas, pues es una longitud pequeña. Para longitudes entre 1 pie y 1 milla podemos utilizar las unidades de pies o yardas, a discreción.

Para convertir de una unidad a otra multiplicamos la cantidad que se desea convertir por una fracción equivalente a 1 donde el numerador tenga la unidad deseada y el denominador tenga la unidad actual.

Ejemplo 1: Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

a. 10 pies a pulgadas.

Respuesta:

$$10 \text{ pies} = 10 \cancel{\text{pies}} \times \frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \cancel{\text{pie}}}$$
$$= 120 \text{ pulgadas}$$

Como 1 pie = 12 pulgadas, multiplicamos 10 pies por la fracción $\frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \text{ pie}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de pies.

b. 25 yardas a pies.

Respuesta:

$$25 \text{ yardas} = 25 \cancel{\text{yardas}} \times \frac{3 \text{ pies}}{1 \cancel{\text{yarda}}}$$
$$= 75 \text{ pies}$$

Como 1 yarda = 3 pies, multiplicamos 25 yardas por la fracción $\frac{3 \text{ pies}}{1 \text{ yarda}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de yardas.

En ocasiones, para convertir de una unidad a otra multiplicamos por varias fracciones equivalentes a 1. Esta técnica la llamamos análisis dimensional.

Ejemplo 2: Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

a. 5 yardas a pulgadas.

Respuesta:

$$\begin{aligned} 5 \text{ yardas} &= 5 \cancel{\text{yardas}} \times \frac{3 \cancel{\text{pies}}}{1 \cancel{\text{yarda}}} \times \frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \cancel{\text{pie}}} \\ &= 180 \text{ pulgadas} \end{aligned}$$

Como 1 yarda = 3 pies y 1 pie = 12 pulgadas, multiplicamos 5 yardas por la fracción $\frac{3 \text{ pies}}{1 \text{ yarda}}$ y $\frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \text{ pie}}$, las cuales son equivalentes a 1 y cancelamos las unidades de yardas y pies.

b. 2 millas a yardas.

$$\begin{aligned} 2 \text{ millas} &= 2 \cancel{\text{millas}} \times \frac{5,280 \cancel{\text{pies}}}{1 \cancel{\text{milla}}} \times \frac{1 \text{ yarda}}{3 \cancel{\text{pies}}} \\ &= \frac{10,560 \text{ yardas}}{3} \\ &= 3,520 \text{ yardas} \end{aligned}$$

Como 1 milla = 5,280 pies y 1 yarda = 3 pies, multiplicamos 2 millas por las fracciones $\frac{5,280 \text{ pies}}{1 \text{ milla}}$ y $\frac{1 \text{ yarda}}{3 \text{ pies}}$, las cuales son equivalentes a 1 y cancelamos las unidades de millas y pies.

En muchas situaciones podemos encontrar problemas relacionados a medición. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 3: **El espacio que tiene una casa nueva para la ubicación de la estufa mide 27 pulgadas de ancho. Si compramos una estufa que mide 2 pies y 5 pulgadas de ancho, ¿cabe en el espacio destinado para ella en la casa nueva?**

Respuesta: Notemos que debemos determinar si la medida del ancho de la estufa, 2 pies y 5 pulgadas, es menor que 27 pulgadas. Al convertir 2 pies a pulgadas tenemos que 1 pie = 12 pulgadas, por lo tanto, multiplicamos 2 pies por la fracción $\frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \text{ pie}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de pies. Veamos,

$$\begin{aligned} 2 \text{ pies} &= 2 \cancel{\text{pies}} \times \frac{12 \text{ pulgadas}}{1 \cancel{\text{pie}}} \\ &= 24 \text{ pulgadas} \end{aligned}.$$

Entonces, el ancho de la estufa es

24 pulgadas + 5 pulgadas = 29 pulgadas.

Por lo tanto, la estufa no cabe en el espacio ya que el ancho de la estufa es mayor que el espacio destinado para ella en la casa nueva.

Ejemplo 4: **Una persona camina a una velocidad promedio de 2 millas por hora. A esta velocidad, ¿cuántos pies recorre en 2 horas?**

Respuesta: Notemos que la persona camina 2 millas por cada hora, por lo tanto, en 2 horas habrá caminado 4 millas. Para determinar esta distancia en pies, debemos convertir 4 millas a pies. Al convertir 4 millas a pies tenemos que 1 milla = 5,280 pies, por lo tanto, multiplicamos 4 millas por la fracción

$\frac{5,280 \text{ pies}}{1 \text{ milla}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de millas. Veamos,

$$\begin{aligned} 4 \text{ millas} &= 4 \cancel{\text{millas}} \times \frac{5,280 \text{ pies}}{1 \cancel{\text{milla}}} \\ &= 21,120 \text{ pies} \end{aligned}.$$

Por lo tanto, la persona en 2 horas habrá caminado 21,120 pies.

Ejemplo 5: La estatura de un jugador de baloncesto es 72 pulgadas. ¿Cuál es la estatura de este baloncelista en yardas?

Respuesta: Notemos que para calcular la altura del hombre en yardas debemos convertir 72 pulgadas a yardas. Al convertir 72 pulgadas a yardas tenemos que 1 yarda = 3 pies y 1 pie = 12 pulgadas, por lo tanto, multiplicamos 72 pulgadas por las fracciones $\frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulgadas}}$ y $\frac{1 \text{ yarda}}{3 \text{ pies}}$, las cuales son equivalentes a 1 y cancelamos las unidades de pulgadas y pies. Veamos,

$$\begin{aligned} 72 \text{ pulgadas} &= 72 \cancel{\text{pulgadas}} \times \frac{1 \cancel{\text{pie}}}{12 \cancel{\text{pulgadas}}} \times \frac{1 \text{ yarda}}{3 \cancel{\text{pies}}} \\ &= 2 \text{ yardas} \end{aligned}.$$

Por lo tanto, el jugador de baloncesto tiene una estatura de 2 yardas.

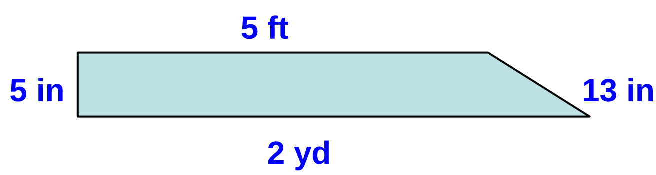
Ejemplo 6: Un avión viaja a una altura de 31,680 pies sobre el nivel del mar. ¿A cuántas millas sobre el nivel del mar viaja este avión?

Respuesta: Notemos que necesitamos convertir 31,680 pies a millas. Al convertir 31,680 pies a millas tenemos que 1 milla = 5,280 pies, por lo tanto, multiplicamos 31,680 pies por la fracción $\dfrac{1\text{ milla}}{5,280\text{ pies}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de pies. Veamos,

$$\begin{aligned} 31,680\text{ pies} &= 31,680\ \cancel{\text{pies}} \times \frac{1\text{ milla}}{5,280\ \cancel{\text{pies}}} \\ &= \frac{31,680\text{ millas}}{5,280} \\ &= 6\text{ millas} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el avión viaja a 6 millas sobre el nivel del mar.

Ejemplo 7: **Halle el perímetro del siguiente polígono.**



Respuesta: Por definición, el perímetro de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados. Por lo tanto, necesitamos sumar las longitudes de sus cuatro lados. Sin embargo, antes de poder sumar estas longitudes debemos convertirlas todas a la misma unidad de medida. Por ejemplo, si convertimos 5 pies a pulgadas y convertimos 2 yardas a pulgadas, entonces todas las longitudes estarán en las mismas unidades. Al convertir 5 pies a pulgadas tenemos que 1 pie = 12 pulgadas, por lo tanto, multiplicamos 5 pies por la fracción $\dfrac{12\text{ pulgadas}}{1\text{ pie}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de pies. Veamos,

$$\begin{aligned} 5 \text{ pies} &= 5\ \cancel{\text{pies}} \times \frac{12 \text{ pulgadas}}{1\ \cancel{\text{pie}}} \\ &= 60 \text{ pulgadas} \end{aligned}$$

Luego, al convertir 2 yardas a pulgadas tenemos que 1 yarda = 3 pies y 1 pie = 12 pulgadas, por lo tanto, multiplicamos 2 yardas por las fracciones $\frac{3 \text{ pies}}{1 \text{ yarda}}$ y $\frac{12 \text{pulgadas}}{1 \text{ pie}}$, las cuales son equivalentes a 1 y cancelamos las unidades de yardas y pies. Veamos,

$$\begin{aligned} 2 \text{ yardas} &= 2\ \cancel{\text{yardas}} \times \frac{3\ \cancel{\text{pies}}}{1\ \cancel{\text{yarda}}} \times \frac{12 \text{ pulgadas}}{1\ \cancel{\text{pie}}} \\ &= 72 \text{ pulgadas} \end{aligned}$$

Ahora, para hallar el perímetro del polígono sumamos

5 pulgadas + 60 pulgadas + 13 pulgadas + 72 pulgadas = 150 pulgadas

Por lo tanto, el perímetro del polígono es 150 pulgadas.

Ejemplo 8: Las longitudes de los lados A, B y C de un triángulo son 2 millas, 10,500 pies y 180,000 pulgadas. Exprese la secuencia de los lados en orden de mayor longitud a menor longitud.

Respuesta: Para poder comparar las longitudes de los lados del triángulo debemos convertir todas las longitudes a una misma unidad de medida. En esta ocasión convertiremos a pies las 2 millas y las 180,000 pulgadas. Al convertir 2 millas a pies tenemos que 1 milla = 5,280 pies, por lo tanto, multiplicamos 4 millas por la fracción $\frac{5{,}280 \text{ pies}}{1 \text{ milla}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de millas. Veamos,

$$2 \text{ millas} = 2 \cancel{\text{millas}} \times \frac{5,280 \text{ pies}}{1 \cancel{\text{milla}}}$$
$$= 10,560 \text{ pies}$$

Por lo tanto, el lado **A** mide 10,560 pies. Por otro lado, al convertir 180,000 pulgadas a pies tenemos que 1 pie = 12 pulgadas, por lo tanto, multiplicamos 180,000 pulgadas por la fracción $\frac{1 \text{ pie}}{12 \text{ pulgadas}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de pulgadas. Veamos,

$$180,000 \text{ pulgadas} = 180,000 \cancel{\text{pulgadas}} \times \frac{1 \text{ pie}}{12 \cancel{\text{pulgadas}}}$$
$$= 15,000 \text{ pies}$$

Por lo tanto, el lado **C** mide 15,000 pies.

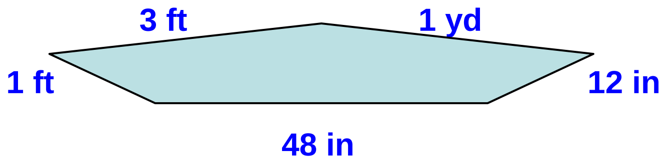
Finalmente, la secuencia de los lados del triángulo en orden creciente de acuerdo a sus longitudes es **C** (15,000 pies), **A** (10,560 pies) y **B** (10,500 pies).

Ejercicios 1:

1. Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.
   a. 7 pies a pulgadas.
   b. 3 millas a pies.
   c. 5 yardas a pulgadas.
   d. 2 millas a yardas.

2. Un pelotero batea un cuadrangular y la pelota cae a 456 pies de distancia. ¿A cuántas yardas de distancia cayó la pelota?

3. Halle el perímetro del siguiente polígono.



4. Las longitudes de los lados A, B y C de un triángulo son 900 pulgadas, 50 pies y 20 yardas respectivamente. Exprese la secuencia de los lados en orden de mayor longitud a menor longitud.

<u>RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 1</u>

1. a. 84 pulgadas
   b. 15,840 pies
   c. 180 pulgadas
   d. 3,520 yardas
2. 152 yardas
3. 12 pies ó 144 pulgadas
4. A (75 pies), C (60 pies) y B (50 pies)

SISTEMA INTERNACIONAL O SISTEMA MÉTRICO

La unidad de medida estándar en el sistema métrico para medir longitud es el metro, el cual es un poco más largo que la yarda. Por definición, un metro es la longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de

$\frac{1}{299{,}792{,}458}$ de segundo.

Al sistema métrico también se le conoce como el ***sistema métrico decimal*** pues cada unidad de medida es 10 veces mayor o 10 veces menor que la siguiente unidad. La siguiente tabla muestra la relación entre algunas unidades métricas de longitud y sus respectivas abreviaciones.

UNIDADES DE LONGITUD DEL SISTEMA MÉTRICO						
Kilometro (km) 1,000 metros	hectómetro (hm) 100 metros	Decámetro (dam) 10 metros	metro (m) 1 metro	decímetro (dm) $\frac{1}{10}$ metro	Centímetro (cm) $\frac{1}{100}$ metro	milímetro (mm) $\frac{1}{1{,}000}$ metro

Notemos en la tabla anterior que 10 dm = 1 m, 100 cm = 1 m y 1,000 mm = 1m. Además, 10 mm = 1 cm, 10 cm = 1 dm, 10 m = 1 dam, 10 dam = 1 hm y 10 hm = 1 km.

En el sistema métrico utilizamos prefijos iguales para todas las magnitudes, ya sea longitud, peso, volumen, etcétera. Se adoptaron los múltiplos (deca para 10 veces; hecto para 100 veces y kilo para 1,000 veces), submúltiplos (deci para 0.1; centi para 0.01 y mili para 0.001) y un sistema de notaciones para emplearlos sin importar la unidad de medida utilizada. La siguiente tabla presenta los prefijos y sus respectivos símbolos.

El prefijo	**Símbolo**	**El Número del factor**	**La Palabra del factor**
Trillón	**T**	**1,000,000,000,000**	**Trillón**
Giga	**G**	**1,000,000,000**	**Billón**
Mega	**M**	**1,000,000**	**Millón**
Kilo	**k**	**1,000**	**Mil**
Hecto	**h**	**100**	**Cien**
Deca	**da**	**10**	**Diez**
Deci	**d**	**0.1**	**Décimo**
Centi	**c**	**0.01**	**Centésimo**
Mili	**m**	**0.001**	**Milésimo**
Micro	μ	**0.000001**	**Millonésimo**
Nano	**n**	**0.000000001**	**Billonésimo**
Pico	**p**	**0.000000000001**	**Trillionésimo**

La utilización de estos prefijos en todas las unidades de medida del sistema métrico facilita la manera de escribir cantidades bien grandes o bien pequeñas. Por ejemplo, un billón de metros lo escribimos 1Gm.

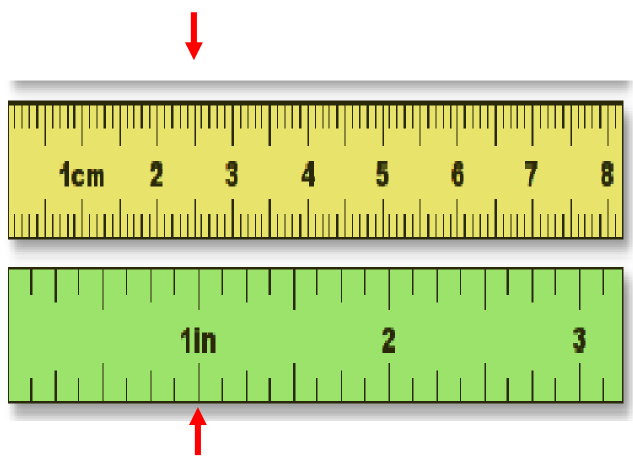
Para facilitar nuestro trabajo con el sistema métrico, es importante tener la noción de las longitudes en unidades métricas de objetos que nos son familiares. Por ejemplo,

a. La longitud de una página de este módulo es aproximadamente 28 cm.

b. Una vuelta a una pista de atletismo por el carril interno mide 400 m.

c. Un centavo tiene un diámetro aproximado de 19 mm.

La regla es uno de los instrumentos que utilizamos para medir longitudes. Podemos hallar reglas con unidades métricas, inglesas o con ambos tipos de unidades. Con el propósito de tener una comparación entre ambos sistemas de unidades le presentamos la siguiente equivalencia, 1 pulgada = 2.54 centímetros. Véase la siguiente figura.



La ***precisión*** o ***exactitud*** de una medida depende de la unidad de medición. La ***unidad de precisión*** es la unidad más pequeña en la herramienta de medición. Entre más pequeña sea la unidad, "más precisa" es la medida. Por lo tanto, al realizar medidas de longitud con una regla podemos tener mayor precisión con los centímetros que con las pulgadas.

Para la conversión de una unidad de medida a otra en el sistema métrico utilizaremos sustitución de cantidades equivalentes.

Ejemplo 9: Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

a. 20 hectómetros a metros.

Respuesta: 1 hectómetro = 100 metros, entonces

$$\begin{aligned} 20 \text{ hm} &= 20 \times 100\text{m} \\ &= 2,000 \text{ m} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 20 hectómetros = 2,000 metros.

b. 300 decímetros a metros.

Respuesta: 1 decímetro = $\frac{1}{10}$ metros, entonces

$$\begin{aligned} 300 \text{ dm} &= 300 \times \tfrac{1}{10}\text{m} \\ &= 30 \text{ m} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 300 decímetros = 30 metros.

c. 5 decámetros a milímetros.

Respuesta: Recuerde que 1 decámetro = 10 metros y

1 metro = 1,000 milímetros. Entonces

$$\begin{aligned} 5 \text{ dam} &= 5 \times 10\text{m} \\ &= 50 \text{ m} \end{aligned} \quad \text{y} \quad \begin{aligned} 50\text{m} &= 50 \times 1,000\text{mm} \\ &= 50,000 \text{ mm} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 5 decámetros = 50,000 milímetros.

Ejemplo 10: **Estime la longitud del objeto en cada caso y circule la medida más razonable para la longitud.**

a. **La altura de un jugador de baloncesto. (200 mm, 200 m, 200 cm)**

b. **El diámetro de una tableta de vitamina C. (13 cm, 13 mm, 13 m)**

c. **El largo de un lápiz nuevo. (19 mm, 19 m, 19 cm)**

Respuesta:

a. 200 mm es más corto que 1 m, por lo tanto, no puede ser la altura de un jugador de baloncesto. Por otro lado, 200 m es demasiado largo (la mitad de una vuelta a una pista de atletismo). Sin embargo, 200 cm = 2 m, lo cual es razonable para la estatura de un jugador de baloncesto.

b. 13 cm es más largo que 5 pulgadas, por lo tanto, no debe ser el diámetro de una tableta de vitamina C. Por otro lado, 13 m es demasiado largo (más de lo que mide de estatura una persona. Sin embargo, 13 mm aproximadamente media pulgada, lo cual es razonable para el diámetro de la tableta.

c. 19 mm es más corto que una pulgada, por lo tanto, no debe ser el largo de un lápiz nuevo. Por otro lado, 19 m es demasiado largo (más de lo que mide de estatura una persona. Sin embargo, 19 cm mide un poco más de la mitad del largo de esta página, lo cual es razonable para el largo del lápiz.

Ejemplo 11: **Un atleta corre un maratón de 40 km. ¿Cuántos hectómetros recorrerá este atleta en esta carrera?**

Respuesta: Como 1 km = 10 hm, entonces multiplicamos 40 km por $\frac{10\text{ hm}}{1\text{ km}}$, lo que es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de kilómetros. Veamos,

$$\begin{aligned} 40\text{ kilometros} &= 40\ \cancel{\text{kilometros}} \times \frac{10\text{ hectómetros}}{1\ \cancel{\text{kilometro}}} \\ &= 400\text{ hectómetros} \end{aligned}.$$

Por lo tanto, el atleta recorrerá 400 hectómetros.

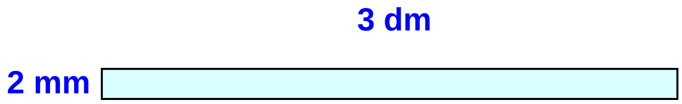
Ejemplo 12: **Una mesa tiene una longitud de 200 cm. ¿Cuántos metros tiene el largo de esta mesa?**

Respuesta: Como 100 cm = 1 m, entonces multiplicamos 200 cm por $\frac{1\text{ metro}}{100\text{ centímetros}}$, la cual es equivalente a 1 y cancelamos las unidades de centímetros. Veamos,

$$\begin{aligned} 200\text{ centímetros} &= 200\ \cancel{\text{centímetros}} \times \frac{1\text{ metro}}{100\ \cancel{\text{centímetros}}} \\ &= 2\text{ metros} \end{aligned}.$$

Por lo tanto, la cama tiene 2 metros de largo.

Ejemplo 13: **Halle el perímetro del siguiente rectángulo.**



Respuesta: El perímetro de un rectángulo es la suma del doble de su largo más el doble de su ancho. Sin embargo, antes de poder sumar estas longitudes debemos convertirlas a la misma unidad de medida. Al convertir 6 decímetros (el doble del largo) a milímetros tenemos que 1 decímetro = 10 centímetros y 1 centímetro = 10 milímetros, por lo tanto, multiplicamos 6 decímetros por la fracción $\frac{10\text{ centímetros}}{1\text{ decímetro}}$ y por $\frac{10\text{ milímetros}}{1\text{ centímetro}}$, las cuales son equivalentes a 1 y cancelamos las unidades de decímetros y centímetros. Veamos,

$$\begin{aligned} 6\text{ decímetros} &= 6\ \cancel{\text{decímetros}} \times \frac{10\ \cancel{\text{centímetros}}}{1\ \cancel{\text{decímetro}}} \times \frac{10\text{ milímetros}}{1\ \cancel{\text{centímetro}}} \\ &= 600\text{ milímetros} \end{aligned}$$

.

Por lo tanto, el perímetro del rectángulo es 600 milímetros + 4 milímetros, o sea, 604 milímetros.

A continuación le presentamos una tabla conteniendo algunas de las equivalencias de longitud importantes entre el Sistema Inglés y el Sistema Métrico.

Sistema Inglés	Sistema Métrico
1 pulgada	2.54 centímetros
1 pie	3.048 decímetros
39.37 pulgadas	1 metro
1 yarda	0.9144 metro
0.62137 milla	1 kilómetro
1 milla	1.6094 kilómetros

Ejercicios 2:

1. Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

   a. 7 centímetros a milímetros.

   b. 3 kilómetros a metros.

   c. 5 hectómetros a decámetros.

   d. 2 decámetros a centímetros.

2. Estime la longitud del objeto en cada caso y circule la medida más cercana de las alternativas presentadas.

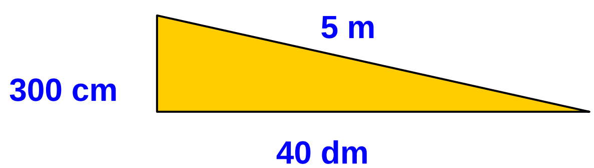
a. La circunferencia del brazalete de un reloj de hombre.

(23 mm, 23 m, 23 cm)

b. La altura de una nevera. **(2 m, 2 dam, 2 hm)**

c. El largo de un sofá. **(219 mm, 219 m, 219 cm)**

3. Halle el perímetro del siguiente triángulo.



4. Utilice estimación de las medidas de cada objeto para parear cada objeto con una medida apropiada.

_______i.	una hoja de papel tamaño carta	a. 20 mm x 25 mm
_______ii.	un periódico	b. 54 mm x 86 mm
_______iii.	una tarjeta de crédito	c. 70 mm x 150 mm
_______iv.	un cheque regular de banco	d. 21.5 cm x 28 cm
_______v.	una estampilla de correo	e. 35 cm x 56 cm

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 2

1. a. 70 milímetros
   b. 3,000 metros
   c. 50 decámetros
   d. 2,000 centímetros

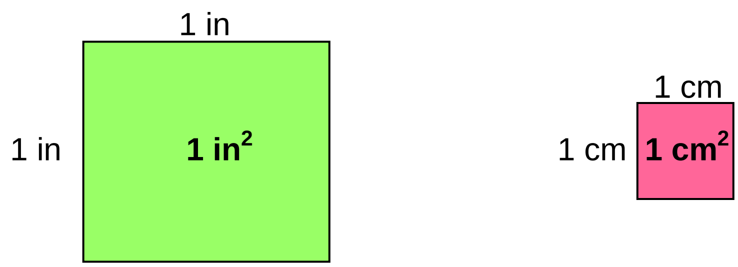
2. a. 23 cm
   b. 2 m
   c. 219 cm

3. 12 metros, 120 decímetros ó 1,200 centímetros

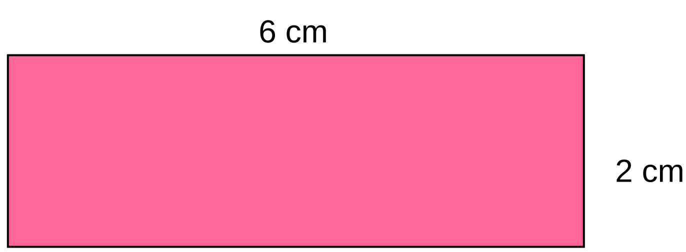
4. i. d
   ii. e
   iii. b
   iv. c
   v. a

ÁREA

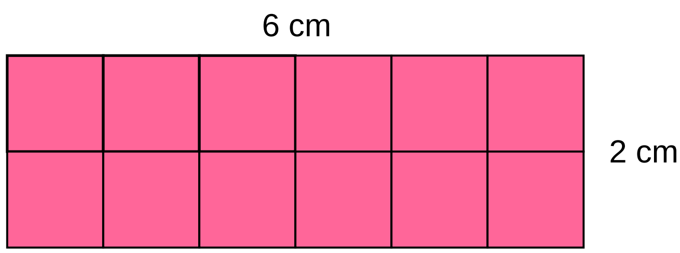
El ***área*** es la medida de la superficie de una figura. Para medir el área utilizamos unidades de medidas cuadradas ya que el área es una cantidad bidimensional. Por ejemplo, una pulgada cuadrada (abreviada in^2) representa el área de un cuadrado cuyos lados miden 1 pulgada cada uno. Un centímetro cuadrado (abreviado cm^2) representa el área de un cuadrado cuyos lados miden 1 centímetro cada uno. Las siguientes figuras ilustran cada uno.



Dentro de los objetivos de este módulo no está el derivar las fórmulas de área para las figuras geométricas sino utilizar las unidades de medidas cuadradas de los distintos sistemas de unidades para trabajar problemas relacionados al área de figuras geométricas. Sin embargo, para introducir el concepto de área, considere el siguiente rectángulo de 6 centímetros de largo y 2 centímetros de ancho.



El problema de hallar el área de este rectángulo es el mismo que determinar cuántos cuadrados de 1 centímetro cuadrado deben ser utilizados para cubrir completamente el rectángulo. Al dividir la figura en cuadrados de 1 cm^2, vemos que la cantidad necesaria de estos cuadrados para cubrir el rectángulo es 12. Véase la siguiente figura.



Por lo tanto, el área del rectángulo original es 12 cm^2. Notemos que esta misma cantidad la obtenemos multiplicando el largo por el ancho del rectángulo.

A base del rectángulo anterior, establecemos la forma en que se obtiene el área de un rectángulo. El área ***A*** de un rectángulo con largo ***l*** y ancho ***a*** está dada por la ecuación

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{l} \times \boldsymbol{a}.$$

Ejemplo 14: **Halle el área de un rectángulo con largo 2 m y ancho 5 cm.**

Respuesta: Como 1 m = 100 cm, entonces el largo, 2 metros, en centímetros es 200 cm. Entonces,

$$\boldsymbol{A} = 200 \text{ centímetros} \times 5 \text{ centímetros} .$$

$$\boldsymbol{A} = 1{,}000 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, el área del rectángulo es 1,000 cm^2.

Ejemplo 15: **Si el área de un rectángulo es 3 $pies^2$, ¿cuántas pulgadas cuadradas tiene su área?**

Respuesta: Como 1 pie = 12 pulgadas, entonces

$$1 \text{ pie}^2 = 12 \text{ pulgadas x } 12 \text{ pulgadas} = 144 \text{ pulgadas}^2.$$

Esto dice que cada pie cuadrado es equivalente a 144 pulgadas cuadradas. Por lo tanto,

$$3 \text{ pies}^2 = 3 \text{ x } 144 \text{ pulgadas}^2 = 432 \text{ pulgadas}^2.$$

Ejemplo 16: **Si el área de un rectángulo es 12 m^2, ¿cuánto mide su ancho si su largo mide 6 m?**

Respuesta: Sea **A** el área del rectángulo. Entonces

$$\boldsymbol{A} = \text{largo} \times \text{ancho}$$

$12 \text{ m}^2 = 6 \text{ m} \times \text{a}$ dividiendo ambos lados por 6 m tenemos

$\dfrac{12 \text{ m}^2}{6 \text{ m}} = \dfrac{6 \text{ m} \times \text{a}}{6 \text{ m}}$ simplificando ambos lados de la ecuación obtenemos

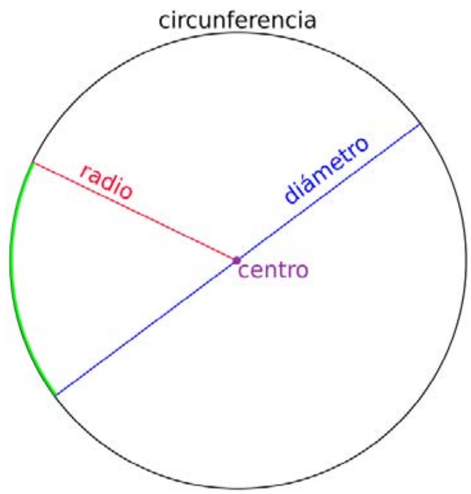
$$2 \text{ m} = \text{a}$$

Por lo tanto, el ancho del rectángulo mide 2 metros.

De manera similar trabajamos con las unidades de medidas cuadradas para calcular el área de otras figuras geométricas. Como por ejemplo, el círculo.

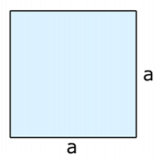
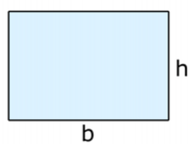
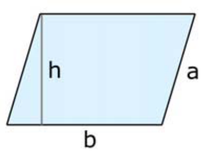
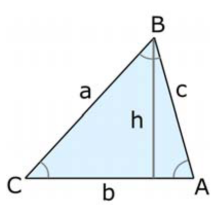
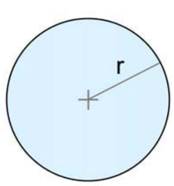
Una ***circunferencia*** es un conjunto de puntos del plano equidistantes de otro fijo, llamado centro; esta distancia se denomina ***radio***. El segmento de recta formado por dos radios alineados se llama ***diámetro***. La longitud del diámetro es la mayor distancia posible entre dos puntos que pertenezcan a la circunferencia y es igual al doble de la longitud del radio. La circunferencia sólo posee longitud. Se distingue del

círculo en que éste es el lugar geométrico de los puntos contenidos en una circunferencia determinada; es decir, la circunferencia es el perímetro del círculo cuya superficie contiene.   La siguiente figura muestra gráficamente estos conceptos.



Si dividimos la circunferencia **C** entre el diámetro **d** de un círculo obtenemos un valor que es independiente del tamaño del círculo. Esta relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es, posiblemente, la más popular de todas las constantes matemáticas: el número π (se lee "pi") y su valor es aproximadamente 3.14159.

La siguiente tabla le muestra las fórmulas para hallar el área y el perímetro de algunas de las figuras geométricas planas más utilizadas.

FÓRMULAS DE ÁREA (A) Y PERÍMETRO (P) DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS	
Cuadrado 	$A = a^2$ $P = 4^a$
Rectángulo 	$A = bh$ $P = 2b + 2h$
Paralelogramo 	$A = bh$ $P = 2b + 2h$
Triángulo 	$A = \frac{bh}{2}$ $P = a + b + c$
Círculo 	$A = \pi r^2$ $P = 2\pi r$

Ejemplo 17: **Halle el área y la circunferencia de un círculo con diámetro de 6 cm.**

Respuesta: Si el diámetro del círculo es 6 cm, entonces su radio **r** es de 3 cm. Entonces, $\mathbf{A} = \pi(3\text{ cm})^2$

$$\mathbf{A} = 9\pi\text{ cm}^2$$

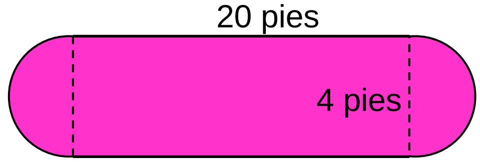
Por lo tanto, el área de este círculo es $9\pi\text{ cm}^2$. Por otro lado,

$$\mathbf{C} = 2\pi(3\text{ cm})$$

$$\mathbf{C} = 6\pi\text{ cm}$$

Por lo tanto, la circunferencia de este círculo es 6π cm.

Ejemplo 18: **Halle el área de la siguiente figura geométrica compuesta por un rectángulo y dos semicírculos.**



Respuesta: Notemos que la suma del área de los dos semicírculos es igual al área de un círculo completo con radio 2 pies (la mitad del diámetro 4 pies). Por lo tanto, el área **A** de la figura es:

$$\mathbf{A} = \text{área de rectángulo} + \text{área del círculo}$$

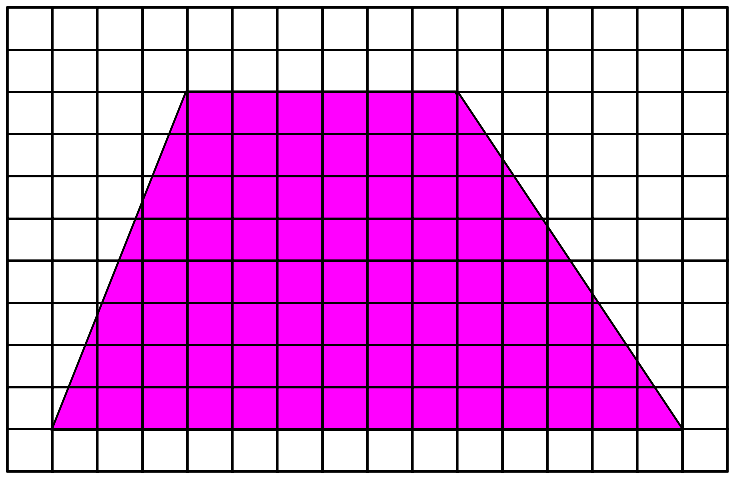
$$= (20\text{ pies} \times 4\text{ pies}) + \pi(2\text{ pies})^2$$

$$= 80\text{ pies}^2 + 4\pi\text{ pies}^2$$

$$\mathbf{A} = (80 + 4\pi)\text{ pies}^2 \approx 92.5664\text{ pies}^2$$

Para dibujar figuras en el plano podemos utilizar cuadrículas. Una cuadrícula es un conjunto de cuadrados resultantes al cortarse líneas verticales y horizontales uniformemente espaciadas.

Ejemplo 19: **Halle el área de la siguiente figura geométrica si cada cuadrado de la siguiente cuadrícula mide 1 cm x 1 cm.**



Respuesta: Notemos que la figura geométrica puede ser dividida en tres figuras contiguas: un rectángulo en el centro y un triángulo rectángulo a cada lado. De izquierda a derecha tenemos un primer triángulo (#1) con base de 3 cm y altura de 8 cm. Luego en el centro tenemos un rectángulo con largo de 6 cm y ancho de 8 cm. Finalmente tenemos un segundo triángulo (#2) con base de 5 cm y altura de 8 cm. Entonces,

A = área del triángulo 1 + área del rectangulo + área del triángulo 2

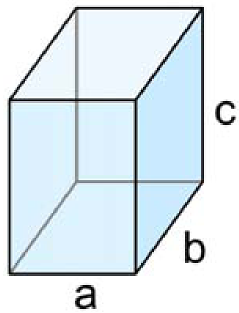
$$= \frac{3\text{ cm} \times 8\text{ cm}}{2} + (6\text{ cm} \times 8\text{ cm}) + \frac{5\text{ cm} \times 8\text{ cm}}{2}$$

$$= 12\text{ cm}^2 + 48\text{ cm}^2 + 20\text{ cm}^2$$

$$= 80\text{ cm}^2 .$$

Por lo tanto, el área de la figura es 80 cm^2.

Cuando trabajamos con una figura geométrica tridimensional, podemos hallar el ***área de la superficie***, o sea, el área del exterior de la figura. Por ejemplo, un ***prisma rectangular*** es un sólido que tiene dos caras o bases paralelas y congruentes, que son rectángulos, como la siguiente figura:



Notemos que cada una de las caras del prisma rectangular es un rectángulo. Ademas, cada par de lados opuestos son rectángulos congruentes (tienen iguales dimensiones). Es decir, que la figura anterior tiene dos rectángulos con área **ab**, otros dos rectángulos con área **bc** y otros dos rectángulos con área **ac**. Por lo tanto, el área **A** de la superficie del prisma rectangular es igual a la suma de las áreas de los rectángulos que lo componen. Es decir, $\mathbf{A = 2ab + 2bc + 2ac}$. En particular, en el caso que $\mathbf{a = b = c}$ el prisma rectangular es llamado ***cubo***, entonces tenemos que $\mathbf{A = 6a^2}$.

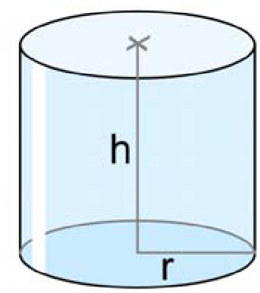
Ejemplo 20: Halle el área A de la superficie del prisma rectangular con largo 5 pies, ancho 3 pies y alto 2 pies.

Respuesta: Sea a = 5 pies, b = 3 pies y c = 2 pies. Entonces

$$\mathbf{A} = 2(5 \text{ pies})(3 \text{ pies}) + 2(3 \text{ pies})(2 \text{ pies}) + 2(5 \text{ pies})(2 \text{ pies})$$
$$= 30 \text{ pies}^2 + 12 \text{ pies}^2 + 20 \text{ pies}^2$$
$$= 62 \text{ pies}^2$$

Por lo tanto, el área de la superficie de este prisma es 62 pies^2.

Otra figura geométrica tridimensional que estudiaremos y mostramos a continuación es el cilindro.



Para hallar el área de la superficie de un cilindro, notemos que la superficie del cilindro consta de dos círculos (2 tapas) y un rectángulo (la pared circular). Cada uno de los círculos tiene igual radio **r**, por lo tanto, cada uno tiene área igual a πr^2. Por otro lado, el largo del rectángulo que forma la pared circular del cilindro es igual a la circunferencia de ambos círculos ($2\pi r$) y el ancho igual a la altura **h** del cilindro. Por lo tanto, el área del rectángulo está dada por $2\pi rh$. Por lo tanto, el área **A** de la superficie del cilindro es igual a la suma de las áreas de los círculos y el rectángulo que lo componen. Es decir, $\mathbf{A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi rh}$

$$\mathbf{A = 2\pi r^2 + 2\pi rh}$$

$$\mathbf{A = 2\pi r (r + h)}.$$

Ejemplo 21: Halle el área A de la superficie de un cilindro con altura de 5 pulgadas y diámetro de 4 pulgadas.

Respuesta: Tenemos que la altura **h** del cilindro es 5 pulgadas. Si el diámetro es 4 pulgadas, entonces su radio **r** es de 2 pulgadas. Entonces,

$$\mathbf{A} = 2\pi(2 \text{ pulgadas})(2 \text{ pulgadas} + 5 \text{ pulgadas})$$

$$\mathbf{A} = \pi(4 \text{ pulgadas})(7 \text{ pulgadas})$$

$$\mathbf{A} = 28\pi \text{ pulgadas}^2 \approx 87.965 \text{ pulgadas}^2$$

Por lo tanto, el área de la superficie de este cilindro es 28π pulgadas^2.

Ejercicios 3:

1. Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.
   a. 288 pulgadas cuadradas a pies cuadrados.
   b. 3 kilómetros cuadrados a metros cuadrados.
   c. 63 pies cuadrados a yardas cuadradas.
   d. 2 decímetros cuadrados a centímetros cuadrados.

2. El piso de una habitación rectangular de 10 pies de ancho y 12 pies de largo será cubierto con losetas italianas de 12 pulgadas de ancho y 12 pulgadas de largo. Calcule la cantidad mínima necesaria de estas losetas para cubrir el piso de la habitación.

3. Halle el área de un triángulo con base de 2 metros y altura de 5 centímetros. Recuerde que el área de un triángulo está dada por la mitad del producto de su base multiplicada por su altura.

4. Halle el área y la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es 10 yardas.

5. ¿Cuál es la cantidad mínima de pies cuadrados de cartón necesarios para construir una caja rectangular con 6 pies de largo, 4 pies de ancho y 3 pies de alto?

6. ¿Cuál es la cantidad mínima de centímetros cuadrados de metal necesarios para construir un envase cilíndrico de 10 cm de alto y 6 cm de diámetro?

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 3

1. a. 2 pies cuadrados

   b. 3,000,000 metros cuadrados

   c. 7 yardas cuadradas

   d. 200 centímetros cuadrados

2. 120 losetas

3. 500 centímetros cuadrados

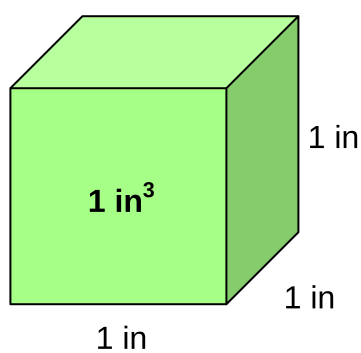
4. **A** = 25π yardas^2 ; **C** = 10π yardas

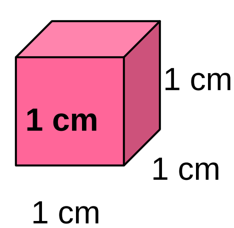
5. 108 pies^2

6. 78π cm^2

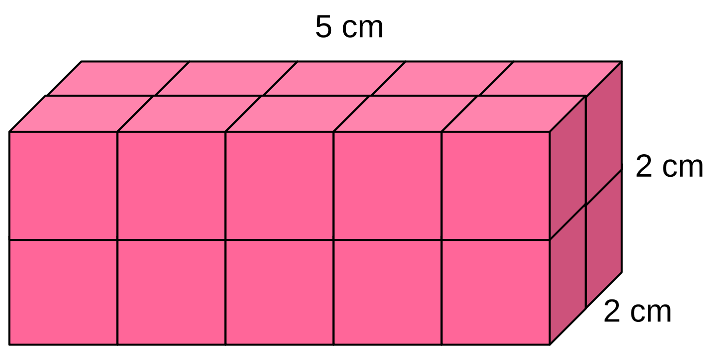
VOLUMEN (Capacidad)

El ***volumen*** es la medida del espacio tridimensional que ocupa un objeto sólido. Al volumen también es llamado capacidad. Para medir el volumen utilizamos unidades de medidas cúbicas, ya que el volumen es una cantidad tridimensional. Por ejemplo, una pulgada cúbica (abreviada in^3) representa el volumen de un cubo cuyos lados son cuadrados con área de 1 pulgada cuadrada cada uno. Un centímetro cúbico (abreviado cm^3) representa el volumen de un cubo cuyas caras son cuadrados con área de 1 centímetro cuadrado cada uno. Las siguientes figuras ilustran cada uno.





Considere el siguiente sólido rectangular de 5 centímetros de largo, 2 centímetros de ancho y 2 centímetros de alto. El problema de hallar el volumen de éste es el mismo que determinar cuántos cubos de 1 centímetro cúbico deben ser utilizados para llenarlo completamente. Al observar la figura a continuación, vemos que la cantidad necesaria para llenarlo es 20 cubos de 1 centímetro cúbico cada uno. Por lo tanto, el volumen de este sólido rectangular es 20 cm^3. Notemos que esta misma cantidad la obtenemos multiplicando el largo por el ancho por el alto del sólido rectangular.



A base del sólido rectangular anterior, establecemos la forma en que se obtiene el volumen de un sólido rectangular. El volumen ***V*** de un sólido rectangular con largo ***l*,** ancho ***w*** y alto ***h*** está dado por la ecuación

$$V = l \times w \times h.$$

En particular, el volumen ***V*** de un cubo cuyos lados miden ***a*** está dada por

$$V = a^3.$$

Ejemplo 22: **Halle el volumen de un sólido rectangular con largo 2 dam, ancho 5 m y alto 30 dm.**

Respuesta: Como 1 dam = 10 m, entonces el largo, 2 decámetros, en metros es 20 m. Por otro lado, como 1 m = 10 dm, entonces el alto, 30 decímetros, en metros es 3m. Entonces,

$$\boldsymbol{V} = 20 \text{ metros} \times 5 \text{ metros} \times 3 \text{ metros}$$
$$= 300 \text{ metros cúbicos}$$

Por lo tanto, el volumen del sólido rectangular es 300 m^3.

Ejemplo 23: **Si el volumen de un sólido tridimensional es 2 yardas^3, ¿cuántos pies cúbicos tiene su volumen?**

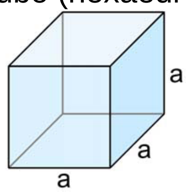
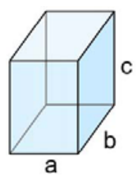
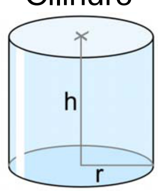
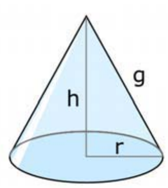
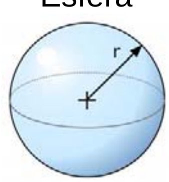
Respuesta: Como 1 yarda = 3 pies, entonces

$$1 \text{ yd}^3 = 3 \text{ pies x } 3 \text{ pies x } 3 \text{ pies} = 27 \text{ pies}^3.$$

Esto dice que cada yarda cúbica es equivalente a 27 pies cúbicos. Por lo tanto,

$$2 \text{ yd}^3 = 2 \text{ x } 27 \text{ pies}^3 = 54 \text{ pies}^3 .$$

De manera similar trabajamos con las unidades de medidas cúbicas para calcular el volumen de otros sólidos tridimensionales. La siguiente tabla le muestra las fórmulas para hallar el volumen y el área de superficie de algunas de las figuras geométricas tridimensionales más utilizadas.

FÓRMULAS DE VOLUMEN (V) Y ÁREA DE SUPERFICIE (A) DE FIGURAS GEOMÉTRICAS TRIDIMENSIONALES	
Cubo (hexaedro) 	**$V = a^3$** **$A = 6a^2$**
Prisma recto 	**$V = abc$** **$A = 2ab + 2bc + 2ac$**
Cilindro 	**$V = \pi r^2 h$** **$A = 2\pi r(h + r)$**
Cono 	**$V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$** **$A = \pi rg + \pi r^2$, donde $g^2 = h^2 + r^2$**
Esfera 	**$V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$** **$A = 4\pi r^2$**

El volumen también se define a base de la cantidad de líquido que cabe dentro de una figura tridimensional. Por esta razón al volumen también le llamamos ***capacidad***. En particular en el sistema métrico, un ***litro*** (ℓ) es la cantidad de líquido que cabe dentro de una caja rectangular cuyos lados miden 10 cm cada uno. Con el propósito de comparación, un litro es un poco más que un cuarto de galón (cuartillo).

Debemos aclarar que en este módulo utilizaremos el tipo de letra en cursivo ℓ como abreviatura de litros para ser consistentes en el uso de letras minúsculas en las abreviaturas de las unidades de medidas del sistema métrico. Por otro lado, evitamos confusiones con el número 1, por ejemplo, si queremos abreviar 10 litros escribiremos 10 ℓ en lugar de 10 l , ya que en esta última forma pudiéramos confundirlo con el número 101. Sin embargo, en la práctica los envases conteniendo cantidades completas de litros las abrevian con L. Por ejemplo, un botellón de refresco de 2 litros en su etiqueta lo abrevian 2 L. Pero una botella común de vino contiene 750 mililitros y en su etiqueta lo abrevian 750 ml. Por lo tanto, esté consiente de la inconsistencia que hay, inclusive en los autores de libros de texto, sobre la abreviatura de la unidad litro.

Los prefijos del sistema métrico mencionados anteriormente se usan con todas las medidas del sistema, de modo que un ***mililitro*** (mℓ) es la milésima parte de un litro, un ***decilitro*** (dℓ) es la décima parte de un litro, un ***kilolitro*** (kℓ) equivale a 1,000 litros, etc. El mililitro es una medida que se usa comúnmente en las ciencias y la medicina. Por ejemplo, el volumen de una cucharadita de algún medicamento líquido es 5 mililitros.

Como un litro es equivalente a 10 centímetros cúbicos, entonces

$$\begin{aligned} 1\,\ell &= 10\,\text{cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \\ &= 1{,}000\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\frac{1}{1{,}000}\,\ell = 1\text{ cm}^3$. Puesto que $\frac{1}{1{,}000}\,\ell = 1\text{ m}\ell$, tenemos que $1\text{ m}\ell = 1\text{ cm}^3$.

Ejemplo 24: **El volumen de una caja rectangular con 10 cm de largo, 3 cm de ancho y 4 cm de alto puede darse como 120 cm^3 ó 120 mℓ, ya que 10 cm x 3 cm x 4 cm = 120 cm^3 .**

En el campo de la medicina se utiliza comúnmente cc como abreviatura de centímetro cúbico, por lo tanto, 1 cm^3 = 1 cc.

Como es usual, las unidades para medir volumen en el sistema Inglés son más complicadas. En la próxima tabla le presentamos algunas de ellas y las equivalencias entre litro y cuartillo.

<table>
<tr><th>Sistema Inglés</th><th>Sistema Métrico</th></tr>
<tr><td>8 onzas fluidas (oz) = 1 taza
2 tazas = 1 pinta (pt)
2 pintas = 1 cuartillo (qt) = 32 onzas fluidas
4 cuartillos = 1 galón (gl)</td><td>1 litro (ℓ) = 1,000 mililitros (mℓ)
1 centímetro cúbico (cm^3) = 1 mℓ</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 cuartillo = 0.946 litro (ℓ)
1.06 cuartillos = 1 litro</td></tr>
</table>

Ejemplo 25: **Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.**

a. **1 galón a onzas fluidas.**

b. **40 centilitros a mililitros.**

c. **3 cuartillos a tazas.**

d. **2 decilitros a centímetros cúbicos.**

Respuesta:

a. Como 1 galón = 4 cuartillos y 1 cuartillo = 32 onzas fluidas, entonces 1 galón contiene 4 veces 32 onzas fluidas. Por lo tanto, 1 galón = 4(32 onzas fluidas) = 128 onzas fluidas.

b. Como 1 centilitro = 10 mililitros, entonces 40 centilitros = 40(10 mililitros) = 400 mililitros. Por lo tanto, 40 decilitros es equivalente a 400 mililitros.

c. Como 1 cuartillo = 2 pintas y 1 pinta = 2 tazas, entonces 3 cuartillos = 3(2 pintas) = 6 pintas. Luego 6 pintas = 6(2 tazas) = 12 tazas. Por lo tanto, 1 cuartillo es equivalente a 12 tazas.

d. Como 1 decilitro = 10 centilitros y 1 centilitro = 10 mililitros, entonces 2 decilitros = 2(10 centilitros) = 20 centilitros. Luego tenemos que 20 centilitros = 20(10 mililitros) = 200 mililitros. Por lo tanto, 2 decilitros es equivalente a 200 centímetros cúbicos, pues $1\ m\ell = 1\ cm^3$.

Ejemplo 26: **Seleccione la medida más razonable para cada caso.**

a. El volumen de una botella de 12 onzas fluidas.

(35 mℓ, 355 mℓ, 3,550 mℓ)

b. El volumen de una taza.

(24 mℓ, 24 cℓ, 24 dℓ)

c. El volumen de una cucharada.

(15 mℓ, 150 mℓ, 1,500 mℓ)

Respuesta:

a. 5 mℓ es el volumen de una cucharadita, por lo tanto, 35 mℓ = 7 cucharaditas, lo cual no es el volumen de una botella de 12 onzas. Por otro lado, 3,550 mℓ es más de 3 litros y tampoco es razonable. Además, 3 x 355 mℓ = 1,065 mℓ, o sea, poco más de un litro (1,000 mℓ) y 3 x 12 oz = 36 oz, o sea, poco más de un cuartillo. Por lo tanto, 355 mℓ es la medida más razonable para 12 onzas fluidas.

b. 24 mℓ es el volumen aproximado de 5 cucharaditas, lo cual no es el volumen de una botella de 12 onzas fluidas. Por otro lado, 24 dℓ es más que 2 litros ya que 1 litro = 10 dℓ. Además, una taza es una cuarta parte de un cuartillo, ya que una taza es 8 onzas fluidas y un cuartillo es 32 onzas fluidas. Un litro (100 cℓ) es un poco más que un cuartillo, por lo tanto, una cuarta parte de un litro (25 cℓ) es aproximadamente una taza. Por lo tanto, 24 cℓ es la medida más razonable para una taza.

c. 5 mℓ es el volumen de una cucharadita, por lo tanto,

15 mℓ = 3 cucharaditas, lo cual es un volumen razonable para una cucharada. Por otro lado, 1,500 mℓ es más de 1 litro (1,000 mℓ), por lo tanto, no es razonable para una cucharada. Además, 150 mℓ es más de una décima parte de un litro, o sea, más de 100 mℓ. Por lo tanto, 150 mℓ no es una medida razonable para una cucharada.

Ejercicios 4:

1. Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

   a. 3 pies cúbicos a pulgadas cúbicas.

   b. 3 hectómetros cúbicos a metros cúbicos.

   c. 24 pintas a galón.

   d. 3 decilitros a centímetros cúbicos.

2. Una caja rectangular tiene un largo de 50 cm, un ancho de 40 cm y un alto de 10 cm. ¿Cuántos litros de agua caben dentro de esta caja?

3. Ordene de menor a mayor los siguientes volúmenes: 2 cucharaditas, 8 cc y 12 mℓ.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 4

1. a. 5,184 pulgadas cúbicas
   b. 3,000,000 metros cúbicos
   c. 3 galones
   d. 300 centímetros cúbicos

2. 20 litros

3. 8 cc, 2 cucharaditas y 12 mℓ

PESO

La unidad de medida estándar en el sistema métrico para medir peso es el gramo. Por definición, un ***gramo*** (***g***) es el peso del agua que cabe dentro de un cubo de 1 cm^3, o sea, el peso de 1 mℓ de agua. El peso de una moneda americana de 5¢ es 5 gramos (o 5 g). El volumen equivalente a un gramo es pequeño, por lo tanto, el gramo es utilizado para medir pesos pequeños. Para medir pesos todavía más pequeños usamos ***centigramos*** (***cg***) o ***miligramos*** (***mg***). Estas medidas son tan pequeñas que, al igual que los centilitros y mililitros, se utilizan principalmente en las ciencias y la medicina. Para medir objetos pesados en el sistema métrico comúnmente se utiliza el ***kilogramo*** (***kg***), o 1,000 gramos. Un kilogramo es aproximadamente igual a 2.2 libras (unidad del Sistema Inglés).

Ejemplo 27: ¿Cuánto pesará el agua que cabe dentro de una caja rectangular con 50 cm de largo, 20 cm de ancho y 10 cm de alto?

Respuesta: El volumen de esta caja es

$$50 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 10{,}000 \text{ cm}^3.$$

Por lo tanto, la cantidad de agua que cabe dentro de esta caja es 10,000 mℓ. Como 1 mℓ pesa 1 g, entonces el peso del agua que cabe dentro de esta caja es 10,000 g ó 10 kg.

Ejemplo 28: **Seleccione la medida más razonable para cada caso.**

a. El peso de un libro de texto de matemáticas. **(1 kg, 10 kg, 100 kg)**

b. El peso de un automóvil. **(1,300 kg, 130 kg, 13 kg)**

c. El peso de una persona adulta. **(700 kg, 70 kg, 7 kg)**

Respuesta:

a. 1 kg (2.2 libras) es la medida más razonable para el peso del libro. Note que 10 kg = 10(2.2 libras) = 22 libras y 100 kg = 100(2.2 libras) = 220 libras y ninguno de estos pesos es razonable para el peso de un libro.

b. 1,300 kg = 1,300(2.2 libras) = 2,860 libras es la medida más razonable para el peso del auto. Note que 13 kg = 13(2.2 libras) = 28.6 libras y 130 kg = 130(2.2 libras) = 286 libras y ninguno de estos pesos es razonable para el peso de un auto.

c. 70 kg = 70(2.2 libras) = 154 libras es la medida más razonable para el peso de una persona adulta. Note que 7 kg = 7(2.2 libras) = 15.4 libras y 700 kg = 700(2.2 libras) = 1,540 libras y ninguno de estos pesos es razonable para el peso de una persona adulta.

Las unidades de medida para el peso en el Sistema Inglés más utilizadas son la onza, la libra y la tonelada. Las onzas son utilizadas generalmente para pesos pequeños, mientras que las toneladas son utilizadas para pesos grandes. Para pesos intermedios utilizamos las libras. A continuación le presentamos la siguiente tabla conteniendo las equivalencias entre ellas.

UNIDADES DE PESO DEL SISTEMA INGLÉS
1 libra (lb) = 16 onzas
1 onza (oz) = $\frac{1}{16}$ **libra**
1 tonelada (ton) = 2,000 libras
1 libra = $\frac{1}{2{,}000}$ **tonelada**

Ejemplo 29: **Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.**

a. **3 libras a onzas.**

b. **80 onzas a libras.**

c. **5 toneladas a libras.**

d. **6,000 libras a toneladas.**

Respuesta:

a. Como 1 libra = 16 onzas, entonces

3 libras = 3(16 onzas) = 48 onzas.

b. Como 1 onza = $\frac{1}{16}$ libra, entonces

80 onzas = 80($\frac{1}{16}$ libra) = 5 libras.

c. Como 1 toneladas = 2,000 libras, entonces

5 toneladas = 5(2,000 libras) = 10,000 libras.

d. Como 1 libra = $\frac{1}{2,000}$ tonelada, entonces

6,000 libras = 6,000($\frac{1}{2,000}$ toneladas) = 3 toneladas.

Ejercicios 5:

1. Convierta cada una de las siguientes medidas a las unidades indicadas.

   a. 30,000 gramos a kilogramos.

   b. 8 libras a onzas.

   c. 700 miligramos a centigramos.

   d. 3 toneladas a onzas.

2. Una caja rectangular tiene un largo de 50 cm, un ancho de 40 cm y un alto de 10 cm. ¿Cuánto pesará el agua que cabe dentro de esta caja?

3. Seleccione la medida más razonable para cada caso.

   a. El peso de un bebé. **(4 kg, 40 kg, 400 kg)**

   b. El peso de una vaca adulta. **(1,800 kg, 180 kg, 18 kg)**

   c. El peso de un elefante adulto. **(2,300 kg, 230 kg, 23 kg)**

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 5

1. a. 30 kg
   b. 128 oz
   c. 70 cg
   d. 96,000 oz

2. 20 kg

3. a. 4 kg
   b. 180 kg
   c. 2,300 kg

Aunque no es parte de los objetivos a este nivel cambiar de unidades de un sistema a otro, para su conveniencia y por su utilidad, le mostramos las siguientes tablas de conversión de unidades del sistema Inglés al sistema métrico y viceversa.

CONVERSIÓN DEL SISTEMA MÉTRICO AL INGLÉS		
Para convertir de	**a**	**multiplique por**
metros	Yardas	1.0936
metros	pies	3.2808
metros	pulgadas	39.37
kilómetros	millas	0.6214
gramos	libras	0.0022
kilogramos	libras	2.2046
litros	cuartillos	1.06
litros	galones	0.2642

Ejemplo 30: Para convertir 40 kilómetros a millas: **40 km = 40(0.6214 millas)**

= 24.856 millas.

CONVERSIÓN DEL SISTEMA INGLÉS AL MÉTRICO		
Para convertir de	**a**	**multiplique por**
yardas	metros	0.9144
pies	metros	0.3048
pulgadas	metros	0.0254
millas	kilómetros	1.609
libras	gramos	453.6
libras	kilogramos	0.4536
cuartillos	litros	0.946
galones	litros	3.785

Ejemplo 31: Para convertir 3 libras a gramos: **3 lb = 3(453.6 g) = 1,360.8 g**.

TIEMPO

El ***tiempo*** es una magnitud física creada para medir el intervalo en el que suceden una serie ordenada de acontecimientos. El sistema de tiempo comúnmente utilizado es el calendario gregoriano y se emplea en ambos sistemas de unidades, el Sistema Internacional y el Sistema Inglés.

El ***segundo*** **(s*)*** es la unidad de medida de tiempo para ambos sistemas. Un ***minuto*** equivale a 60 segundos y una ***hora*** equivale a 3600 segundos. Hasta el año 1967 el segundo se definía como $\frac{1}{86,400}$ de la duración que tuvo el día solar medio entre los años 1750 y 1890. A partir de esa fecha, su medición se hace tomando como base el tiempo atómico donde un segundo es la duración de 9,192,631,770 oscilaciones de la radiación emitida en la transición entre los dos niveles híper finos del estado fundamental del isótopo 133 del átomo de cesio (^{133}Cs), a una temperatura de 0 K (grados kelvin).

Un día solar medio tiene 24 horas y existen dos formas de medirlas: la hora estándar y la hora militar. Al utilizar la hora estándar, cada día se divide en dos mitades. Desde la medianoche hasta el mediodía se llama AM. Desde el mediodía hasta la medianoche se llama PM. Esta forma de medir el tiempo favorece a los relojes análogos, pues sólo necesitan marcar 12 horas en una vuelta. Por otro lado, la hora militar utiliza desde la medianoche hasta el mediodía las primeras 12 horas del día, igual que la hora estándar. Pero desde el mediodía hasta la medianoche se marcan las 13 horas, las 14 horas, las15 horas, … hasta las 24 horas. La siguiente es una tabla de conversión de un horario al otro.

Hora Estándar	Hora Militar		Hora Estándar	Hora Militar
12:00 AM	24:00 horas		12:30 AM	00:30 hours
1:00 AM	01:00 horas		1:30 AM	01:30 horas
2:00 AM	02:00 horas		2:30 AM	02:30 horas
3:00 AM	03:00 horas		3:30 AM	03:30 horas
4:00 AM	04:00 horas		4:30 AM	04:30 horas
5:00 AM	05:00 horas		5:30 AM	05:30 horas
6:00 AM	06:00 horas		6:30 AM	06:30 horas
7:00 AM	07:00 horas		7:30 AM	07:30 horas
8:00 AM	08:00 horas		8:30 AM	08:30 horas
9:00 AM	09:00 horas		9:30 AM	09:30 horas
10:00 AM	10:00 horas		10:30 AM	10:30 horas
11:00 AM	11:00 horas		11:30 AM	11:30 horas
12:00 PM	12:00 horas		12:30 PM	12:30 horas
1:00 PM	13:00 horas		1:30 PM	13:30 horas
2:00 PM	14:00 horas		2:30 PM	14:30 horas
3:00 PM	15:00 horas		3:30 PM	15:30 horas
4:00 PM	16:00 horas		4:30 PM	16:30 horas
5:00 PM	17:00 horas		5:30 PM	17:30 horas
6:00 PM	18:00 horas		6:30 PM	18:30 horas
7:00 PM	19:00 horas		7:30 PM	19:30 horas
8:00 PM	20:00 horas		8:30 PM	20:30 horas
9:00 PM	21:00 horas		9:30 PM	21:30 horas
10:00 PM	22:00 horas		10:30 PM	22:30 horas
11:00 PM	23:00 horas		11:30 PM	23:30 horas

La forma militar de horario permite las operaciones de suma y resta entre horarios con mayor facilidad.

Ejemplo 32: ¿Cuántas horas trabajó un empleado que comenzó a las

a. 10:00 AM y terminó a las 8:00 PM?

b. 10:00 horas y terminó a las 21:00 horas?

Respuesta:

a. De 10:00 AM a 12:00 PM hay 2 horas y de 12:00 PM hasta las 8:00 PM hay 8 horas, por lo tanto, el empleado trabajó un total de 10 horas.

b. 21:00 horas – 10:00 horas = 11 horas. Por lo tanto, el empleado trabajó un total de 11 horas.

Notemos que en el horario estándar no podemos restar en todos los casos la hora de salida menos la hora de entrada para calcular el tiempo total trabajado (8 – 10 = ?).

Unidades menores de un segundo

- El **decisegundo** es la unidad de tiempo que equivale a la décima de un segundo. Se abrevia **ds**. Los cronómetros comunes miden los decisegundos.
- El **centisegundo** es la unidad de tiempo que equivale a una centésima de segundo. Se abrevia **cs**. Los cronómetros comunes pueden medir los centisegundos transcurridos.

- El **milisegundo** es la unidad de tiempo que corresponde a la milésima fracción de un segundo. Se abrevia **ms**.

Agrupación de días

- **Semana:** Es la agrupación de siete días. La mayoría de los meses tienen aproximadamente 5 semanas.
- **Octavario:** Es la agrupación de ocho días.
- **Novenario:** Es la agrupación de nueve días. En algunas culturas y religiones se utiliza este término para los nueve rezos o rosarios que se hacen posterior a la muerte de una persona.

- **Decena:** es la agrupación de diez días.

- **Quincena:** es un período etimológicamente igual a 15 días.

Sin embargo, la definición puede variar: Una revista quincenal se edita cada dos semanas (14 días). Normalmente, se considera que un mes se divide en dos quincenas. La primera quincena dura desde el día 1 hasta el 15, y la segunda dura desde el día 16 hasta el último día del mes. Esto significa que habrá quincenas de entre 13 y 16 días.

Agrupación de meses

- **Bimestre** es la agrupación de 2 meses.
- **Trimestre** es la agrupación de 3 meses.
- **Cuatrimestre** es la agrupación de 4 meses.

- **Semestre** es la agrupación de 6 meses.

Agrupación de años

- **Bienio**: es un período equivalente a 2 años.
- **Trienio**: es un período equivalente a 3 años.
- **Cuatrienio**: es un período equivalente a 4 años.
- **Quinquenio**: es un período equivalente a 5 años.
- **Sexenio**: es un período equivalente a 6 años.
- **Septenio**: es un período equivalente a 7 años.
- **Decenio** o **Década**: es un período equivalente a 10 años.
- **Siglo** o **Centuria**: es un período equivalente a 100 años.
- **Milenio**: es un período equivalente a 1,000 años.

Sistema de Tiempo Gregoriano

1 milenio	10 siglos	100 décadas	1,000 años
1 siglo	10 décadas	100 años	1200 meses
1 década	10 años	120 meses	520 semanas
1 quinquenio	5 años	60 meses	260 semanas
1 año gregoriano	12 meses	52 semanas	365.2425 días *
1 mes calendarizado	4 semanas	28 a 31 días	
1 semana calendarizada	7 días	168 horas	
1 día solar medio	24 horas	1,440 minutos	86,400 segundos
1 hora	60 minutos	3,600 segundos	
1 minuto	60 segundos		

* El calendario gregoriano computa 365 días solares medios y omite la fracción de 0.2425 días que restan para completar un año gregoriano. Para evitar desfases de tiempo, empleamos el año bisiesto.

Ejercicios 6:

1. Convierta cada una de las siguientes horas a su equivalente en horario militar.
   a. 7:00 am
   b. 12:00 am
   c. 11:30 am
   d. 5:30 pm

2. Convierta cada una de las siguientes horas a su equivalente en horario estándar.
   a. 06:00 horas
   b. 12:00 horas
   c. 19:30 horas
   d. 00:30 horas

3. ¿Cuántas horas trabajó un empleado que comenzó a las
   a. 8:00 pm y terminó a las 6:00 am del próximo día?
   b. 9:00 horas y terminó a las 17:00 horas?
   c. 19:00 horas y terminó a las 7:00 horas del próximo día?

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 6

1. a. 07:00 horas
   b. 00:00 horas
   c. 23:30 horas
   d. 17:30 horas

2. a. 6:00 am
   b. 12:00 pm
   c. 7:30 pm
   d. 12:30 am

3. a. 10 horas
   b. 8 horas
   c. 12 horas

POS-PRUEBA

Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios y escoja la alternativa correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes unidades de medida **no** pertenece al sistema de unidades Inglés?

    a. tonelada
    b. libra
    c. litro
    d. yarda

2. ¿Cuál de las siguientes unidades de medida pertenece al Sistema de Internacional de Unidades (SI)?

    a. galón
    b. milla
    c. milímetro
    d. pie

3. ¿Cuál de las siguientes longitudes es la menor?

    a. 2 m
    b. 5 dm
    c. 100 cm
    d. 1,000 mm

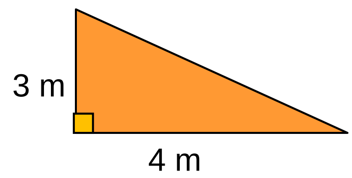
4. El perímetro de un rectángulo cuyo ancho mide 12 pies y su ancho mide 3 yardas es

    a. 6 yardas
    b. 9 yardas
    c. 12 yardas
    d. 14 yardas

5. ¿Cuál de las siguientes medidas en más razonable para el peso de un escritorio?

   a. 20 kg
   b. 3 oz
   c. 1 ton
   d. 2,000 mg

6. ¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



   a. 6 m^2
   b. 12 m^2
   c. 24 m^2
   d. 25 m^2

7. Considere un círculo con circunferencia **C** y diámetro **d**, ¿cuál de las siguientes expresiones es equivalente a π?

   a. Cd
   b. $\frac{C}{d}$
   c. $\frac{d}{C}$
   d. $\frac{Cd}{2}$

8. ¿Cuál de las siguientes medidas **<u>no</u>** es equivalente a un galón?

   a. 32 tazas
   b. 8 pintas
   c. 4 cuartillos
   d. 128 onzas

9. ¿Cuál es el área de la superficie de un prisma rectangular con 5mm de largo, 3mm de ancho y 4mm de alto?

a. 47 mm^2
b. 60 mm^2
c. 94 mm^2
d. 120 mm^2

10. Un reloj de arena comienza a las 14 horas del día 1 y terminó a las 9 horas del día 3, ¿cuánto tiempo transcurrió si ambos días corresponden al mismo mes y al mismo año?

a. 1 día y 18 horas
b. 1 día y 19 horas
c. 1 día y 20 horas
d. 1 día y 21 horas

RESPUESTAS DE LA PRE-PRUEBA

1.	c	6.	c
2.	b	7.	b
3.	a	8.	a
4.	b	9.	c
5.	d	10.	c

RESPUESTAS DE LA POS-PRUEBA

1.	c	6.	a
2.	c	7.	b
3.	b	8.	a
4.	d	9.	c
5.	a	10.	b