Universidad de Puerto Rico en Bayamón
Departamento de Matemáticas

MÓDULO 8:

PROBABILIDAD

(4to – 6to)

Preparado por:
Prof. Adalberto Agosto
Catedrático Auxiliar, Departamento de Matemáticas
Universidad de Puerto Rico en Bayamón
julio 2010

PRE-PRUEBA

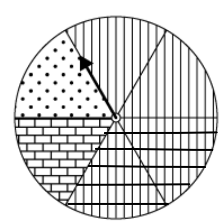
Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios y escoja la alternativa correcta.

1. La probabilidad que se basa en la frecuencia relativa de un evento se conoce como probabilidad
   a. empírica
   b. teórica
   c. subjetiva
   d. clásica

2. El conjunto de todos los eventos simples posibles en un experimento aleatorio es conocido como
   a. evento compuesto
   b. elementos
   c. población
   d. espacio muestral

3. Al lanzar al azar un dado balanceado de seis caras, la probabilidad de obtener un número primo es
   a. $^1/_6$
   b. $^1/_3$
   c. $^1/_2$
   d. $^2/_3$

4. La siguiente ruleta circular está dividida en 6 sectores iguales. Si se gira la ruleta aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que la aguja caiga en un sector marcado sólo con líneas verticales? (Suponga que la aguja no cae en las divisiones.)
   a. $^1/_6$
   b. $^1/_3$
   c. $^2/_5$
   d. $^2/_3$



Utilice la siguiente información para contestar las preguntas 5 - 6.

Las siguientes 11 cartas son puestas dentro de una tómbola y seleccionamos una de ellas al azar.

M	I	S	S	I	S	S	I	P	P	I

5. ¿Cuáles eventos son igualmente probables?

   a. M, I
   b. I, P
   c. S, P
   d. S, I

6. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una P?

   a. 0.0909
   b. 0.1818
   c. 0.2000
   d. 0.2222

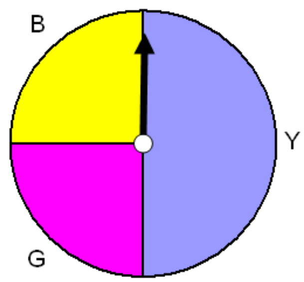
7. Una tómbola contiene un número desconocido de canicas de un solo color, ya sea rojo, verde, negro o blanco. Realizamos el experimento de extraer una canica con reemplazo de esta tómbola en 20 ocasiones. La siguiente tabla resume los colores obtenidos.

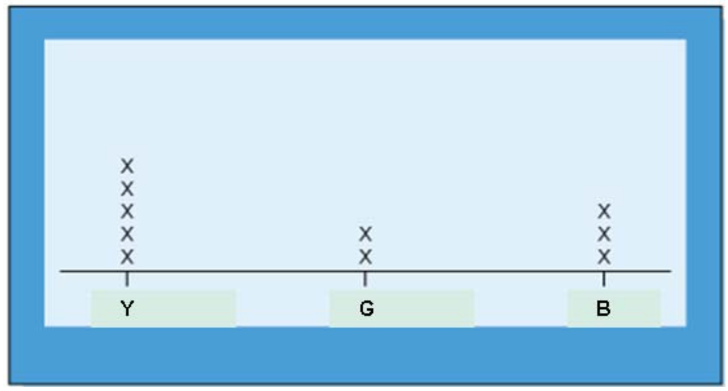
   La predicción del color de la próxima canica que será extraída con reemplazo de esta tómbola con mayor probabilidad es

   a. Rojo
   b. Verde
   c. Negro
   d. Blanco

Color Obtenido	Frecuencia
Rojo	4
Verde	3
Negro	7
Blanco	6

8. La siguiente ruleta se hace girar aleatoriamente en 10 ocasiones y los resultados obtenidos se marcan en la gráfica a su lado.





Utilizando la probabilidad empírica, si hacemos rotar aleatoriamente una vez más la ruleta, ¿cuál es la probabilidad de obtener G?

a. 2%
b. 10%
c. 20%
d. 25%

Utilice la siguiente información para contestar las preguntas 9 - 10.

Un líder comunitario desea conocer la opinión de la gente de su comunidad sobre cierta medida legislativa que se discute en el Senado. La siguiente tabla ilustra los resultados de los 300 miembros de la comunidad.

	A favor	En contra	Neutral	Totales
Hombres	45	15	10	70
Mujeres	90	110	30	230
Totales	135	125	40	300

Si seleccionamos, al azar, a un individuo de la muestra:

9. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada sea hombre y que esté a favor de la medida legislativa?

a. 0.3333
b. 0.6429
c. 0.3200
d. 0.1500

10. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada **no** esté a favor?

a. 0.8500
b. 0.5500
c. 0.4500
d. 0.4167

OBJETIVOS

Luego de finalizar el estudio de este módulo estarás capacitado para

1. determinar el espacio muestral generado en un experimento.
2. determinar si un evento dado de un espacio muestral es simple o no.
3. distinguir entre probabilidad empírica, teórica y subjetiva.
4. identificar cuándo un evento es seguro, posible o imposible que ocurra.
5. determinar la probabilidad asociada a un evento simple.
6. realizar experimentos sencillos con materiales concretos para hallar la probabilidad de un evento de forma empírica o experimental.
7. determinar el suceso más probable a partir de una información dada.
8. realizar predicciones basadas en observaciones o recopilación de datos.
9. resumir, representar e interpretar los resultados de un experimento en tablas de forma clara y organizada.
10. utilizar los resultados de experimentos simples de probabilidad para predecir eventos futuros.
11. explicar por qué la probabilidad de un evento es un número entre 0 y 1, inclusive.
12. representar e identificar los posibles resultados para eventos de experimentos simples en forma organizada (diagramas de árbol, gráficas y tablas de frecuencia) y expresar la probabilidad teórica para cada resultado.
13. utilizar datos experimentales con tablas y representaciones gráficas para estimar la probabilidad de un evento en la cual se desconoce la probabilidad teórica.
14. utilizar encuestas y experimentos simples para interpretar resultados y comunicar conclusiones.

JUSTIFICACIÓN

La probabilidad mide la frecuencia con la que se obtiene un resultado (o conjunto de resultados) al llevar a cabo un experimento aleatorio, del que se conocen todos los resultados posibles. La teoría de la probabilidad tiene sus comienzos con los juegos de azar, pero hoy en día se usa extensamente en áreas como la estadística, la física, la matemática, la ciencia y la filosofía para llegar a conclusiones sobre la probabilidad de sucesos potenciales.

Este módulo ha sido diseñado con el propósito de desarrollar en usted los conocimientos básicos acerca de conceptos de probabilidad, así como las destrezas relacionadas al uso de sus reglas para calcular la probabilidad de que ocurran eventos. Además, discutimos el uso de experimentos aleatorios para hacer predicciones de eventos futuros.

INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD

Un experimento es una situación que da lugar a uno o varios resultados identificables. La probabilidad pertenece a la rama de la matemática que estudia ciertos ***experimentos*** llamados ***aleatorios***, o sea, regidos por el azar, en que se conocen todos los resultados posibles, pero no se tiene la certeza de cuál será en particular el resultado del experimento. Por ejemplo, experimentos aleatorios cotidianos son el lanzamiento de una moneda, el lanzamiento de un dado y la extracción de una carta de un paquete de cartas. De aquí en adelante, cada vez que decimos experimento nos referimos a un experimento aleatorio.

Conceptos Básicos

A continuación les presentamos algunas definiciones de conceptos básicos de la teoría de la probabilidad.

Evento - Llamamos evento a cualquier conjunto de uno o más resultados u observaciones de un experimento.

Ejemplo 1: Obtener un 5 al realizar el experimento de lanzar al azar un dado de seis caras balanceado (todas las caras del dado son igualmente probables).

De aquí en adelante, de no especificar otro tipo de dado nos referimos a un dado balanceado.

Para el siguiente ejemplo entendamos que tradicionalmente decimos cara cuando obtenemos el lado de la moneda americana que contiene la imagen de un presidente y al otro lado lo llamamos cruz.

Ejemplo 2: Obtener una cara y una cruz en el experimento de lanzar dos monedas americanas, ambas al azar.

Notemos que se obtiene el 5 en el dado de una sola forma, pero una cara y una cruz en dos monedas hay dos formas distintas de obtenerse (cara-cruz y cruz-cara). O sea, que en el ejemplo 1 el evento consta de una sola observación posible y en el ejemplo 2 el evento consta de dos observaciones posibles.

Evento Simple - Llamamos evento simple a cualquier evento que consta de un solo resultado u observación de un experimento.

Ejemplo 3: Obtener un 3 al lanzar un dado al azar es un evento simple pues ocurre de una sola forma.

Ejemplo 4: Obtener un número impar al lanzar un dado al azar no es un evento simple pues ocurre de más de una forma, pues puede ser 1, 3 ó 5.

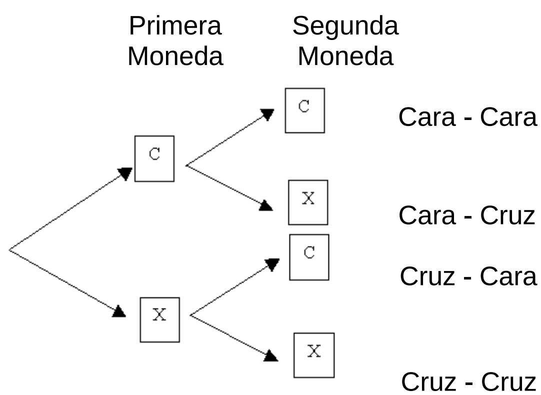
Espacio Muestral - El espacio muestral de un experimento es el conjunto que contiene solamente a todos los eventos simples posibles. De aquí en adelante utilizaremos la letra S para referirnos al espacio muestral.

Ejemplo 5: Halle el espacio muestral de lanzar al azar un dado.

Respuesta: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Ejemplo 6: Halle el espacio muestral de lanzar al azar dos monedas americanas.

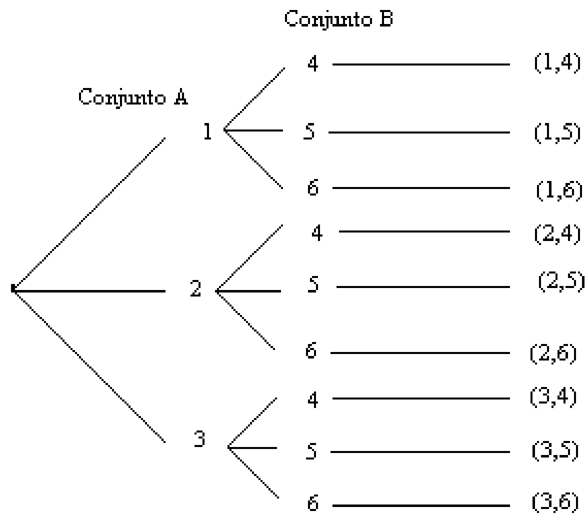
Respuesta: Para hallar el espacio muestral de este experimento utilizaremos un diagrama de árbol. Un ***diagrama de árbol*** es una representación gráfica de un experimento que consta de ***r*** pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo. En este caso utilizaremos c para representar cara y x para representar cruz. Veamos que la primera moneda puede salir cara o cruz y después lanzamos la segunda moneda la cual también puede salir cara o cruz.



Por lo tanto, ***S*** = {(cara-cara), (cara-cruz), (cruz-cara), (cruz-cruz)}.

Ejemplo 7: Si seleccionamos una bola de un primer envase A que tiene tres bolas enumeradas de 1 al 3 y luego seleccionamos una bola de un segundo envase B que tiene tres bolas enumeradas de 4 al 6, halle el espacio muestral de los números obtenidos.

Respuesta: Para hallar el espacio muestral podemos utilizar el siguiente diagrama de árbol:



Por lo tanto,

$$\boldsymbol{S} = \{ (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \}.$$

Ejercicios 1:

1. Lanzamos un dado y luego una moneda americana, ambos al azar.
    a. Halle el espacio muestral utilizando un diagrama de árbol.
    b. Determine si cada uno de los siguientes eventos es simple o no.
        i. obtener 5 en el dado y cruz en la moneda
        ii. obtener 3 en el dado
        iii. obtener cara en la moneda

2. Una pareja planifica tener tres hijos. Si consideramos sólo el género de éstos:
    a. halle el espacio muestral utilizando un diagrama de árbol.
    b. determine si cada uno de los siguientes eventos es simple o no.
        i. obtener un solo varón
        ii. obtener 3 niñas
        iii. obtener un varón como primogénito
        iv. obtener todos sus hijos de igual género

REPUESTAS A LOS EJERCICIOS 1

1. a. S = {(1-cara), (2-cara), (3-cara), (4-cara), (5-cara), (6-cara), (1-cruz), (2-cruz), (3-cruz), (4-cruz), (5-cruz), (6-cruz)}

   b. i. simple

      ii. no es simple

      iii. no es simple

2. a. S = {FFF, FFM, FMF, FMM, MFF, MFM, MMF, MMM}

   b. i. no es simple

      ii. simple

      iii. no es simple

      iv. no es simple

Notación de Probabilidad

Antes de seguir profundizando en el campo de la teoría de la probabilidad es importante presentarles algunas notaciones básicas de la misma. Utilizaremos la letra P para denotar una probabilidad. Es común utilizar letras mayúsculas como A, B y C para denotar eventos específicos de un experimento. Por otro lado, la probabilidad de que ocurra el evento A lo denotamos como $P(A)$.

Definiciones de Probabilidad

La probabilidad de que ocurra un evento se mide por un número entre cero y uno, inclusive. Si un evento nunca ocurre, su probabilidad asociada es cero, mientras que si ocurriese siempre, su probabilidad sería igual a uno. Así, las probabilidades suelen venir expresadas como decimales, fracciones o porcentajes. En el caso de utilizar fracciones para expresar probabilidades, las mismas pueden ser simplificadas pero no es necesario hacerlo.

Existen diferentes formas para definir la probabilidad de un evento basadas en formas distintas de calcular o estimar la probabilidad. A continuación discutiremos tres diferentes enfoques. Seleccionar uno de los tres enfoques dependerá de la naturaleza del problema.

1. Definición Clásica de Laplace, "A Priori" o Teórica

El enfoque clásico o "*a priori*" para definir la probabilidad es proveniente de los juegos de azar. Esta definición es de uso limitado puesto que descansa sobre la base de las siguientes dos condiciones:

i. El espacio muestral (***S***) del experimento es ***finito*** (su número total de elementos es un número natural ***n*** = 1, 2, 3, …).

ii. Los resultados del espacio muestral deben ser ***igualmente probables*** (tienen la misma posibilidad de ocurrir).

Bajo estas condiciones, suponga que realizamos un experimento. El número total de elementos del espacio muestral del experimento es denotado como $\boldsymbol{n(S)}$. Dicho de otro modo, $\boldsymbol{n(S)}$ representa el número total de eventos simples distintos posibles al realizar un experimento. Además, si $\boldsymbol{A}$ es un evento de este experimento, el número total de elementos del espacio muestral contenidos en $\boldsymbol{A}$ es denotado como $\boldsymbol{n(A)}$. Es decir, $\boldsymbol{n(A)}$ representa el número total de formas distintas en que $\boldsymbol{A}$ puede ocurrir. Entonces, la probabilidad de que $\boldsymbol{A}$ ocurra la definimos como

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{número de formas distintas en que } A \text{ puede ocurrir}}{\text{número total de eventos simples distintos posibles}}$$

A partir de esta definición las probabilidades de los posibles resultados del experimento se pueden determinar a priori, es decir, sin realizar el experimento.

Ejemplo 8: Al lanzar un dado al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Solución: Suponga que $\boldsymbol{A}$ es el evento de obtener un número par al lanzar un dado al azar. Notemos que $\boldsymbol{S} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y todos los resultados igualmente probables. Además, $\boldsymbol{A}$ puede ocurrir de tres formas distintas (2, 4 ó 6). Por lo tanto, $n(A) = 3$ y $n(S) = 6$ entonces

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}\ .$$

Ejemplo 9: Si se extrae una carta de un paquete de 52 cartas de las cuales 26 son negras (13 espadas *A, 2, 3, … , 10, J, Q, K*); 13 son tréboles); y 26 son rojas (13 corazones y 13 diamantes), halle la probabilidad de que la carta sea

a. una K.

b. roja.

c. de diamante.

Solución:

a. Suponga que $\boldsymbol{K}$ es el evento de obtener una carta que sea $\boldsymbol{K}$, entonces $P(K) = \dfrac{n(K)}{n(S)} = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$ porque el evento de *"extraer una K"* consta de 4 de los 52 resultados igualmente probables.

b. Suponga que $\boldsymbol{R}$ es el evento de obtener una carta que sea roja, entonces $P(R) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ porque el evento de *"extraer una carta roja"* consta de 26 de los 52 resultados igualmente probables.

c. Suponga que $\boldsymbol{D}$ es el evento de obtener una carta que sea de diamante, entonces $P(D) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ porque el evento de *"extraer una carta de diamante"* consta de 13 de los 52 resultados igualmente probables.

Ejemplo 10: ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia que tiene tres hijos, haya dos niñas y un niño, si se considera igualmente probable el nacimiento de un niño o niña?

Solución: Usando *"**a**"* para niña y *"**o**"* para niño, el espacio muestral es: $\boldsymbol{S}$ = {***aaa***, ***aao***, ***aoa***, ***aoo***, ***oaa***, ***oao***, ***ooa***, ***ooo***} por lo que $\boldsymbol{n(S)} = 8$. Definimos el evento $\boldsymbol{A}$ como que haya dos niñas y un niño, entonces $\boldsymbol{A}$ = {***aao***, ***aoa***, ***oaa*** } y $\boldsymbol{n(A)} = 3$. Por lo tanto,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = 0.375$$

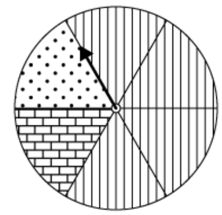
$$P(A) = 37.5\% .$$

Bajo las mismas premisas de este ejemplo, podemos concluir que el 37.5% de las familias que tienen tres hijos, de éstos dos son niñas y uno es niño.

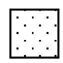
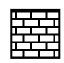
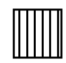
Ejemplo 11: La siguiente ruleta circular está dividida en 6 sectores iguales. Si se gira la ruleta aleatoriamente, (Suponga que la aguja no cae en las divisiones.)

a. ¿cuál es la probabilidad de que la aguja caiga en un sector marcado con puntos?

b. ¿cuál evento predecirías?



Solución:

a. Suponga que A es el evento de que la aguja caiga en un sector marcado con puntos. Notemos que $S = \{$  ,  ,  $\}$, con los 6 sectores igualmente probables, de los cuales sólo 1 es marcado con puntos. Por lo tanto, $n(A) = 1$, $n(S) = 6$ y

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6} \; .$$

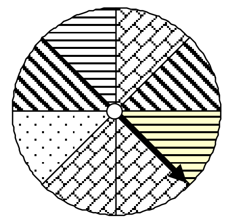
b. El evento que debemos predecir es que la aguja caiga en un sector marcado sólo con líneas verticales ya que es el evento con mayor número de sectores. Por lo tanto, es el evento más probable.

Ejercicios 2: Conteste

1. Si usted es una de 7 personas de las cuales seleccionarán una al azar y todas las personas tienen igual probabilidad de ser seleccionada, ¿cuál es la probabilidad de que usted sea seleccionada?

2. En un envase hay 2 canicas rojas, 4 negras y 5 blancas. Si seleccionamos al azar una de estas canicas, ¿cuál es la probabilidad de que la canica sea negra?

3. La siguiente ruleta circular está dividida en 8 sectores iguales. Si se gira la ruleta aleatoriamente, (Suponga que la aguja no cae en las divisiones.)



a. ¿cuál es la probabilidad de que la aguja caiga en un sector marcado con líneas horizontales?

b. ¿cuál evento predecirías?

4. Dos dados son lanzados al azar, uno rojo y uno blanco.

a. Halle la probabilidad de que la suma sea 6.

b. ¿Cuál debería ser su predicción para la suma de ambos dados?

5. Una compañía le administra un examen a un grupo de 40 de sus empleados, que aspiran a cierta posición, para cualificarlos. La siguiente tabla resume los resultados divididos por género:

	Masculino (M)	Femenino (F)
Aprobó	7	2
Fracasó	18	13

Si uno de estos empleados es seleccionado al azar, halle la probabilidad de que:

a. sea masculino que aprobó

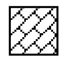
b. fracasó

6. En un grupo de 25 personas hay 16 de ellas casadas y 9 solteras. Si seleccionamos una de estas personas al azar, ¿cuál evento es más probable, soltera o casada?

REPUESTAS A LOS EJERCICIOS 2

1. $\frac{1}{7}$

2. $\frac{4}{11}$

3. a. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ b. 

4. a. $\frac{5}{36}$ b. 7

5. a. $\frac{7}{40}$ b. $\frac{31}{40}$

6. casada

2. Definición Empírica, "A Posteriori", Experimental o de Frecuencia Relativa

La definición clásica se ve limitada a situaciones en las que hay un número finito de resultados igualmente probables. Lamentablemente, hay situaciones prácticas que no son de este tipo y la definición "a priori" no se puede aplicar. Por ejemplo, si se pregunta por la probabilidad de que un paciente se cure mediante cierto tratamiento médico, o la probabilidad de que una determinada máquina produzca artículos defectuosos, entonces no hay forma de introducir resultados igualmente probables. Para responder a estas preguntas podemos utilizar el enfoque empírico, en el cual para determinar los valores de probabilidad se requiere de la observación y de la recopilación de datos. La definición empírica se basa en la frecuencia relativa de ocurrencia de un evento con respecto a un gran número de repeticiones del experimento. En otras palabras, la definición empírica se basa número de veces que ocurrió el evento entre el número total de repeticiones del experimento. También se le denomina a posteriori, ya que el resultado se obtiene después de realizar el experimento un cierto número grande de veces.

Si queremos conocer la probabilidad del evento $\boldsymbol{A}$ según este enfoque realizamos el experimento un gran número de veces y contamos cuántas veces $\boldsymbol{A}$ ocurre. Con base en estos resultados reales, $\boldsymbol{P(A)}$ se estima de la siguiente forma:

$$P(A) = \frac{\text{número de veces que ocurrió } A}{\text{número de veces que se repitió el experimento}} \; .$$

Este enfoque de probabilidad no implica ningún supuesto previo de igualdad de probabilidades.

Ejemplo 12: Queremos seleccionar una moneda al azar de un envase que contiene una cantidad desconocida de monedas de 25¢, 10¢, 5¢ y 1¢. Para determinar la probabilidad de cada evento posible, seleccionamos 50 monedas al azar con reemplazo (la moneda seleccionada vuelve a echarse en el envase para la próxima selección) de este envase. La siguiente tabla resume las frecuencias (veces que ocurren) de cada moneda.

Moneda Obtenida	Frecuencia
25¢	15
10¢	12
5¢	18
1¢	5

Según los datos recopilados, si seleccionamos una moneda de este envase,

a. ¿cuál es la probabilidad de que sea de 25¢?
b. ¿cuál es el evento menos probable?
c. ¿cuál es el evento que debemos predecir?

Respuesta: Notemos que al no conocer el número de monedas de cada clase que hay en el envase, no podemos utilizar la probabilidad clásica para hallar la probabilidad de cada evento posible. Pero, utilizando los resultados anteriores resumidos en la tabla podemos concluir que:

a. Para hallar la probabilidad de obtener cada moneda posible, hallamos cada una de las frecuencias relativas. Es decir, dividimos la frecuencia de cada evento de la tabla anterior entre el número total de intentos. En la siguiente tabla añadimos la columna que indica la probabilidad de cada evento utilizando frecuencia relativa. En particular notemos que la probabilidad de obtener una moneda de 25¢, según los datos recopilados, es $\frac{15}{50}$.

Moneda Obtenida	Frecuencia	Probabilidad
25¢	15	$\frac{15}{50}$
10¢	12	$\frac{12}{50}$
5¢	18	$\frac{18}{50}$
1¢	5	$\frac{5}{50}$

b. El evento menos probable es el de menor frecuencia, es decir, obtener una moneda de 1¢.

c. El evento que debemos predecir es el más probable, por lo tanto, es el evento de mayor frecuencia, es decir, obtener una moneda de 5¢.

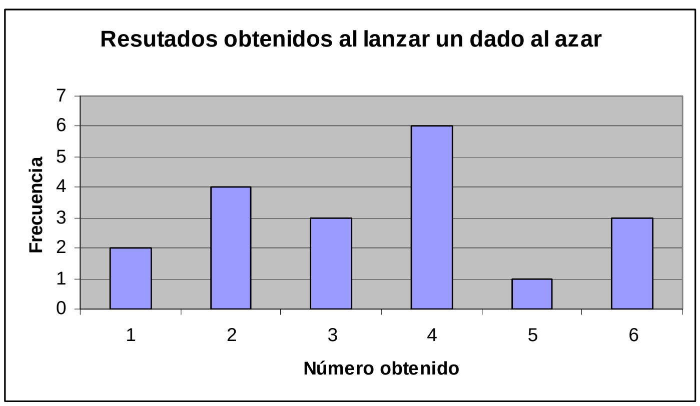
Ejemplo 13: Se conoce que una moneda está cargada. Esto significa que un lado de la moneda se obtiene con mayor frecuencia que el otro lado al lanzarla al azar un número grande de veces. Para determinar la probabilidad de que caiga cara, la moneda se lanza 60 veces al aire, de las cuales 24 veces cayó cara. Si aplicamos la fórmula obtenemos:

$$P(\text{cara}) = \frac{24}{60}$$

$$P(\text{cara}) = 0.4$$

$$P(\text{cara}) = 40\%$$

Ejemplo 14: Un dado cargado es lanzado varias veces con el propósito de estimar la probabilidad de obtener cada resultado. La siguiente gráfica presenta los resultados. A base de estos resultados, conteste las siguientes preguntas:



a. ¿Cuál es el evento de menor probabilidad?

b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 2 al lanzar este dado al azar?

c. ¿Cuál evento predecirías?

Respuesta:

a. Notemos que el evento de menor probabilidad será el evento de menor frecuencia, es decir, obtener un 5.

b. Utilizando la probabilidad experimental tenemos que el número 2 se obtuvo 4 veces de un total de 19 intentos, por lo tanto, $P(2) = \frac{4}{19}$.

c. Nuestra predicción debe ser el evento de mayor probabilidad, es decir, el evento con mayor frecuencia, o sea, 4.

Al calcular probabilidades con este método de frecuencias relativas obtenemos una aproximación en vez de un valor exacto. A mayor número de veces que repitamos el experimento, más cerca estará la aproximación del valor real. Esta propiedad se enuncia en forma de teorema, el cual se conoce comúnmente como la ***ley de los números grandes***.

Ley de los Números Grandes

Conforme un experimento se repite una y otra vez, la probabilidad de frecuencias relativas de un evento tiende a aproximarse a la probabilidad real.

Cuando se usa la definición empírica, es importante tomar en cuenta los siguientes aspectos:

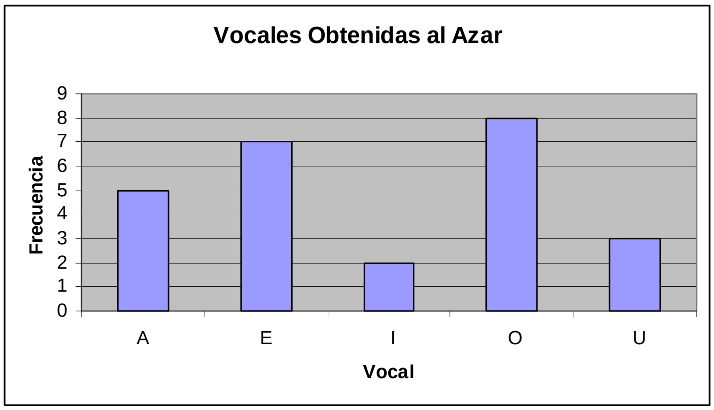
i. La probabilidad obtenida de esta manera es únicamente una estimación del valor real.

ii. Cuanto mayor sea el número de repeticiones del experimento, tanto mejor será la estimación de la probabilidad.

iii. La probabilidad es propia de sólo un conjunto de condiciones idénticas a aquéllas en las que se obtuvieron los datos, o sea, la validez de emplear esta definición depende de que las condiciones en que se realizó el experimento sean repetidas idénticamente.

Ejercicios 3:

1. Una tómbola contiene un número desconocido de cartas marcadas con una vocal cada una. Con el propósito de estimar la probabilidad de obtener cada resultado, se extrajo una carta al azar y con reemplazo de esta tómbola varias veces. La siguiente gráfica de barras presenta los resultados. A base de estos resultados,



a. ¿cuál es el evento de menor probabilidad?
b. ¿cuál es la probabilidad de obtener una E al extraer una carta de esta tómbola?
c. ¿cuál evento predecirías?

2. Realice el experimento de lanzar una tachuela al azar 30 veces. Utilice probabilidad empírica para determinar la probabilidad de que la tachuela caiga con la punta hacia arriba al lanzarla al azar.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 3

1. a. I b. $\frac{7}{25}$ c. O
2. La respuesta depende de los resultados obtenidos en el experimento.

3. Definición Subjetiva

Esta definición de probabilidad se diferencia de los dos enfoques anteriores, debido a que tanto el enfoque clásico como el de frecuencia relativa producen valores objetivos de probabilidad. El enfoque subjetivo define la probabilidad de un evento a base del grado de confianza que una persona tiene de que el evento ocurra, teniendo en cuenta toda la evidencia que tiene disponible, fundamentado en la intuición, opiniones, creencias personales y otra información indirecta relevante. Debido a que el valor de la probabilidad es un juicio personal, al enfoque subjetivo se le denomina también como enfoque personalista.

El enfoque subjetivo no depende de la repetitividad de ningún evento y permite calcular la probabilidad de sucesos únicos. Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que un edificio colapse ante un terremoto? Este evento puede que ocurra o que nunca ocurra, pero es lógico pensar que no podemos repetir los terremotos un número grande de veces y contar el número de veces que el edificio colapsa para calcular esa probabilidad. Sin embargo, un especialista en el área puede asignar una probabilidad basada en su juicio de toda la información relevante a la que pueda tener acceso.

Ejemplo 15: Un analista deportivo afirma que Estados Unidos tiene una probabilidad de 90% de ganar la medalla de oro en baloncesto en las próximas olimpiadas. Notemos que esta probabilidad está basada en la confianza que el analista tiene de que el evento ocurra, con base en toda la evidencia que tiene disponible.

Ejemplo 16: Un paciente le pregunta a su cardiólogo sobre cuánta probabilidad tiene de salir exitosa la operación de corazón abierto que le dijo que tenía que realizarle. Basado en el conocimiento de su condición y la experiencia obtenida al trabajar casos similares, el médico le contestó que tenía un 85% de probabilidad de que la operación sea un éxito.

Ejercicios 4: Escoge la respuesta correcta:

1. La probabilidad de que terminen las negociaciones en un conflicto laboral en los próximos dos días es baja. Esto es un ejemplo de probabilidad

   a. clásica
   b. empírica
   c. subjetiva

2. En una compañía que produce tornillos se toman 1,000 de ellos para probar su calidad. Se encontró que 7 estaban defectuosos. Por lo tanto, la probabilidad de comprar uno de los tornillos que está compañía produce y que el mismo esté defectuoso es $\frac{7}{1,000}$. Esto es un ejemplo de probabilidad

   a. clásica
   b. empírica
   c. subjetiva

3. Hay seis participantes en una competencia de canto. A cada uno de ellos se le asigna un número diferente del 1 al 6. Se lanza un dado y el número que se obtenga decide el primer participante para cantar. La probabilidad de que el participante número 4 sea el primero en cantar es $\frac{1}{6}$. Esto es un ejemplo de probabilidad

a. clásica
b. empírica
c. subjetiva

4. A una profesora universitaria le pregunta uno de sus estudiantes la probabilidad de que él apruebe su curso. La profesora le contestó que un 50%. Esto es un ejemplo de probabilidad

a. clásica
b. empírica
c. subjetiva

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 4

1. c
2. b
3. a
4. c

Reglas de Probabilidad

Dado cualquier evento imaginable, puede ocurrir una de tres cosas:

1. es imposible que ocurra.
2. es seguro que ocurre.
3. la certeza de que ocurra está en un punto intermedio.

Por lo tanto, podemos deducir lo siguiente:

1. La probabilidad de un evento imposible es 0.
2. La probabilidad de un evento que ocurrirá de seguro es 1.
3. Para cualquier evento $\boldsymbol{A}$, la probabilidad de que $\boldsymbol{A}$ ocurra se encuentra entre 0 y 1, inclusive. Es decir, $0 \leq P(A) \leq 1$.

De aquí en adelante nos vamos a concentrar en la probabilidad clásica por lo que vamos a presumir, aunque no esté explícito, que el espacio muestral es finito y todos los eventos simples del espacio muestral son igualmente probables.

Ejemplo 17: Al lanzar un dado al azar, la probabilidad de obtener un 7 es 0. Notemos que es imposible que ocurra este evento pues los resultados posibles son 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

Ejemplo 18: Al lanzar un dado al azar, la probabilidad de obtener un número menor que 7 es 1. Notemos que este evento ocurrirá de seguro pues todos los números posibles son menores de 7.

Considerando todo lo discutido anteriormente, podemos deducir que la probabilidad de un evento vacío es 0, ya que no tiene posibilidad de que ocurra. Al evento vacío lo denotamos como ϕ o $\{\ \}$ (igual a la notación utilizada para el conjunto nulo o vacío). Además, la probabilidad del espacio muestral $\boldsymbol{S}$ es 1, ya que tiene todas las posibilidades de ocurrir. Es decir que,

$$P(\phi) = 0 \quad \text{y} \quad P(S) = 1.$$

El Complemento de un Evento

El ***complemento*** de $\boldsymbol{A}$, denotado por $\overline{A}$ (o por A^c), es el evento que reúne todos los elementos de $\boldsymbol{S}$ que no están en $\boldsymbol{A}$. Es decir, $\overline{A}$ ocurre cuando $\boldsymbol{A}$ no ocurre y viceversa. Por lo tanto, la probabilidad de que no ocurra $\boldsymbol{A}$ es la misma que la probabilidad de que ocurra su complemento y es denotada por $P(\overline{A})$.

Ejemplo 19: Un grupo de 30 personas se dividen en 8 hombres, 12 mujeres, 7 niños y 3 niñas. Halle la probabilidad de que al seleccionar una de estas personas al azar, ésta no sea niño.

Solución: De las 30 personas, 7 son niños y por lo tanto, 23 no son niños. Entonces, $P(\overline{niño}) = \dfrac{23}{30}$.

Claramente en un evento cualquiera $\boldsymbol{A}$ y su complemento $\overline{A}$ tenemos todos los posibles resultados. Además, $\boldsymbol{A}$ y su complemento $\overline{A}$ no comparten resultado alguno. Esto es debido a que o $\boldsymbol{A}$ ocurre o $\boldsymbol{A}$ no ocurre (lo que implica que $\overline{A}$

ocurre). Entonces tenemos que:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1 .$$

Este resultado da lugar a las siguientes tres formas equivalentes:

1. $P(A) + P(\overline{A}) = 1$
2. $P(A) = 1 - P(\overline{A})$
3. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Ejemplo 20: Una compañía que produce radios sabe que el 2.5% de los radios que produce salen defectuosos. Si seleccionamos al azar uno de estos radios, ¿cuál es la probabilidad de que el radio no esté defectuoso?

Respuesta: Sea $\boldsymbol{D}$ el evento de que salga defectuoso. Notemos que su complemento $\overline{D}$ será que no salga defectuoso. Como 2.5% = 0.025, entonces

$$P(\overline{D}) = 1 - P(D)$$

$$P(\overline{D}) = 1 - 0.025 = 0.975$$

Ejercicios 5:

1. Si lanzamos dos dados al azar, uno rojo y uno blanco, halle la probabilidad de que:
   a. la suma de ambos dados sea 5.
   b. la suma de ambos dados no sea 5.
   c. la suma de ambos dados sea 15.
   d. la suma de ambos dados sea mayor de 1.
   e. se obtenga el mismo número en ambos dados.
   f. lo obtenido en el dado rojo sea mayor que lo obtenido en el dado blanco.

2. Un envase contiene solamente 3 fichas negras, 2 fichas azules y 5 fichas rojas. Las fichas son todas iguales excepto en el color. Si seleccionamos una ficha de estas fichas al azar, halle la probabilidad de que la ficha

a. sea verde.
b. no sea negra.

3. Si seleccionamos una carta al azar de un paquete completo de cartas de póker, halle la probabilidad de que la carta sea

a. la J de diamante.
b. un 15 de corazones.
c. no sea K.
d. no sea de corazón.

4. A un total de 50 trabajadores se les preguntó si trabajaban para alguna agencia de gobierno o para la empresa privada. La siguiente tabla muestra los resultados divididos por el área de residencia (área metro o isla).

	Metro	Isla
Gobierno	11	18
Empresa Privada	14	7

Si seleccionamos una de estas personas al azar, halle la probabilidad de que la persona

a. no trabaje para la empresa privada.
b. no trabaje para el gobierno ni para la empresa privada.
c. no viva en área isla.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 5

1. a. $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ b. $\frac{32}{36} = \frac{8}{9}$ c. 0

   d. 1 e. $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ f. $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

2. a. 0 b. $\frac{7}{10}$

3. a. $\frac{1}{52}$ b. 0 c. $\frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

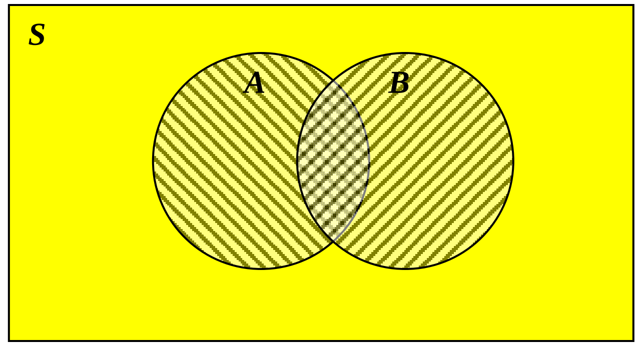
   d. $\frac{39}{52} = \frac{3}{4}$

4. a. $\frac{29}{50}$ b. 0 c. $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

DIAGRAMAS DE VENN

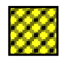
Una de las gráficas más utilizadas para representar eventos y que facilita la interpretación y el cálculo de probabilidades es el diagrama de Venn. Los diagramas de Venn son gráficas pictóricas en las que comúnmente se utiliza un rectángulo para representar al espacio muestral (S) y círculos dentro del rectángulo para representar los eventos. En ocasiones, los elementos de cada evento se insertan dentro del evento a que pertenecen y en otras ocasiones lo que se inserta dentro del evento es su probabilidad.

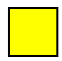
Ejemplo 21: Considere el siguiente diagrama de Venn el cual define el espacio muestral S, el evento A y el evento B. Notemos que podemos distinguir las siguientes cuatro regiones:



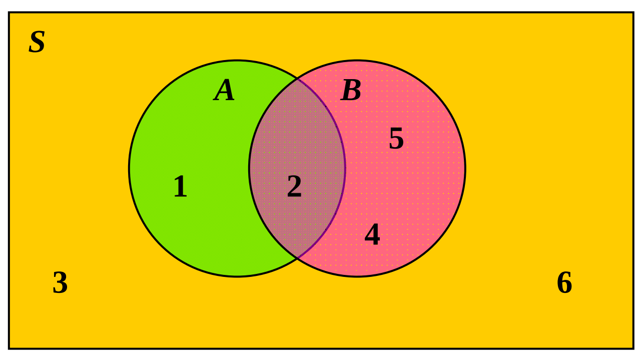
a. En la región marcada con el patrón  ocurre el evento A y no ocurre B, o sea $A \; y \; \overline{B}$.

b. En la región marcada con el patrón  no ocurre el evento A y ocurre B, o sea $\overline{A} \; y \; B$.

c. En la región marcada con el patrón  ocurren ambos eventos A y B.

d. En la región marcada con el patrón  no ocurre el evento A ni ocurre B, o sea $\overline{A} \; y \; \overline{B}$.

Ejemplo 22: Considere el siguiente diagrama de Venn el cual define el espacio muestral S, el evento A y el evento B. Halle las siguientes probabilidades:



a. $P(A)$

b. $P(B)$

c. $P(\overline{A})$

d. $P(\overline{B})$

e. $P(A \; y \; \overline{B})$

f. $P(\overline{A} \; y \; B)$

g. $P(\overline{A} \; y \; \overline{B})$

Respuesta: Obtenemos del diagrama que $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2\}$ y $B = \{2, 4, 5\}$.

a. Notemos que A ocurre de 2 formas distintas de un total de 6 resultados distintos posibles, entonces $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

b. Notemos que B ocurre de 3 formas distintas de un total de 6 resultados distintos posibles, entonces $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c. Notemos que A ocurre de 2 formas distintas de un total de 6 resultados distintos posibles, entonces $\overline{A}$ ocurre de las restantes 4 formas distintas. Es decir, $\overline{A} = \{3, 4, 5, 6\}$, por lo tanto, $P(\overline{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

d. Notemos que B ocurre de 3 formas distintas de un total de 6 resultados distintos posibles, entonces $\overline{B}$ ocurre de las restantes 3 formas distintas. Es decir, $\overline{B} = \{1, 3, 6\}$, por lo tanto, $P(\overline{B}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

e. $A\ y\ \overline{B}$ es el evento donde A ocurre y B no ocurre, por lo tanto, contiene los elementos que están dentro de A y fuera de B.

Es decir, $A\ y\ \overline{B} = \{1\}$, por lo tanto, $P(A\ y\ \overline{B}) = \frac{1}{6}$.

f. $\overline{A}\ y\ B$ es el evento donde A no ocurre y B ocurre, por lo tanto, contiene los elementos que están fuera de A y dentro de B.

Es decir, $\overline{A}\ y\ B = \{4, 5\}$, por lo tanto, $P(\overline{A}\ y\ B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

g. $\overline{A}\ y\ \overline{B}$ es el evento donde no ocurre ***A*** y no ocurre ***B***, por lo tanto, contiene los elementos que están fuera de ***A*** y fuera de ***B***.

Es decir, $\overline{A}\ y\ \overline{B}$ = {3, 6}, por lo tanto, $P(\overline{A}\ y\ \overline{B}) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

Ejemplo 23: Sea ***S*** = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, ***A*** = { 2, 3, 7} y ***B*** = {1, 2, 4, 5, 7}. Halle las siguientes probabilidades:

a. $P(A)$

b. $P(B)$

c. $P(\overline{A})$

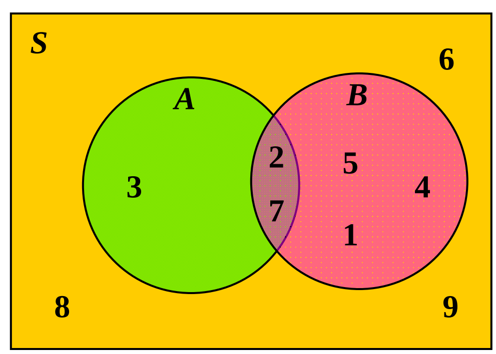
d. $P(\overline{B})$

e. $P(A\ y\ \overline{B})$

f. $P(\overline{A}\ y\ B)$

g. $P(\overline{A}\ y\ \overline{B})$

Respuesta: Utilicemos el siguiente diagrama de Venn.



a. Notemos que ***A*** ocurre de 3 formas distintas de 9 resultados distintos posibles,

entonces $P(A) = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$.

b. Notemos que ***B*** ocurre de 5 formas distintas

de un total de 9 resultados distintos posibles, entonces $P(B) = \dfrac{5}{9}$.

c. Notemos que ***A*** ocurre de 3 formas distintas de un total de 9 resultados distintos posibles, entonces $\overline{A}$ ocurre de las restantes 6 formas distintas. Es decir, $\overline{A}$ = $\{1, 4, 5, 6, 8, 9\}$, por lo tanto, $P(\overline{A}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

d. Notemos que ***B*** ocurre de 3 formas distintas de un total de 5 resultados distintos posibles, entonces $\overline{B}$ ocurre de las restantes 4 formas distintas. Es decir, $\overline{B}$ = $\{ 3, 6, 8, 9\}$, por lo tanto, $P(\overline{B}) = \frac{4}{9}$.

e. $A \ y \ \overline{B}$ es el evento donde ***A*** ocurre y ***B*** no ocurre, por lo tanto, contiene los elementos que están dentro de ***A*** y fuera de ***B***. Es decir, $A \ y \ \overline{B}$ = { 3 }, por lo tanto, $P(A \ y \ \overline{B}) = \frac{1}{9}$.

f. $\overline{A} \ y \ B$ es el evento donde ***A*** no ocurre y ***B*** ocurre, por lo tanto, contiene los elementos que están fuera de ***A*** y dentro de ***B***. Es decir, $\overline{A} \ y \ B$ = {1, 4, 5}, por lo tanto, $P(\overline{A} \ y \ B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

g. $\overline{A} \ y \ \overline{B}$ es el evento donde no ocurre ***A*** y no ocurre ***B***, por lo tanto, contiene los elementos que están fuera de ***A*** y fuera de ***B***. Es decir, $\overline{A} \ y \ \overline{B}$ = {6, 8, 9}, por lo tanto, $P(\overline{A} \ y \ \overline{B}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

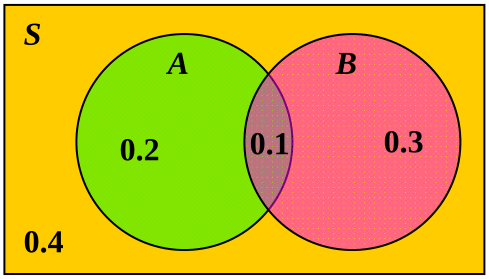
Ejemplo 24: Sea ***S*** el espacio muestral donde $P(\boldsymbol{A}) = 0.3$, $P(\boldsymbol{B}) = 0.4$ y $P(A \ y\ B) = 0.1$. Halle las siguientes probabilidades:

a. $P(\overline{A})$

b. $P(\overline{B})$

c. $P(\overline{A} \ y\ \overline{B})$

Respuesta: Utilicemos el siguiente diagrama de Venn. Notemos que la región donde ***A*** y ***B*** ocurren simultáneamente tiene probabilidad 0.1. Además observemos que ***P***(***A***) = 0.3 es igual a la suma de las probabilidades dentro del círculo que representa el evento ***A***, es decir, ***P***(***A***) = 0.2 + 0.1. De manera similar, ***P***(***B***) = 0.3 + 0.1.



Por otro lado, notemos que la probabilidad de que ocurra ***A*** y no ocurra ***B*** es la diferencia 0.3 – 0.1, es decir, 0.2. Es por esto que insertamos 0.2 dentro de ***A*** y fuera de ***B***. Además, la probabilidad de que ocurra ***B*** y no ocurra ***A*** es la diferencia 0.4 – 0.1, es decir, 0.3. Es por esto que insertamos 0.3 dentro de ***B*** y fuera de ***A***. Como $P(S) = 1$, entonces la probabilidad de que no ocurra ***A*** y no ocurra ***B*** tiene que ser 0.4 (1 – 0.2 – 0.1 – 0.3 = 0.4). Es por esto que insertamos 0.4 fuera de ***A*** y fuera de ***B***. Entonces tenemos que:

a. $P(\overline{A})$ es la probabilidad de que ***A*** no ocurra, por lo tanto,

$P(\overline{A}) = 0.3 + 0.4 = 0.7$.

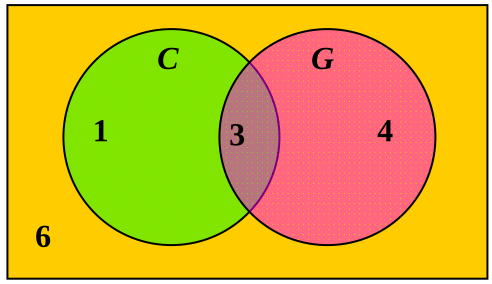
b. $P(\overline{B})$ es la probabilidad de que ***B*** no ocurra, por lo tanto,

$P(\overline{B}) = 0.2 + 0.4 = 0.6$.

c. $P(\overline{A} \ y\ \overline{B})$ es la probabilidad de que no ocurra ***A*** y no ocurra ***B***, por lo tanto, $P(\overline{A} \ y\ \overline{B})$ = 0.2

Ejemplo 25: De un total de 14 músicos hay 4 que tocan el cuatro, 7 que tocan guitarra y 3 que tocan ambos instrumentos. Si seleccionamos al azar uno de estos músicos, halle la probabilidad de que no toque el cuatro ni la guitarra.

Respuesta: Utilicemos el siguiente diagrama de Venn. Dejemos que C represente el evento de obtener un cuatrista y G represente el evento de obtener un guitarrista. Como hay 3 músicos que tocan ambos instrumentos, entonces en la intersección de C y G hay 3 elementos. Ahora, hay 4 músicos que tocan el cuatro de los cuales ya tenemos contados 3 (los que tocan ambos instrumentos), por lo queda 1 que es un elemento de C pero no de G. Además, hay 7 músicos que tocan la guitarra de los cuales ya tenemos contados 3 (los que tocan ambos instrumentos), por lo que quedan 4, los cuales son elementos de G pero no de C. Finalmente nos quedan 6 músicos que no tocan cuatro ni guitarra. Por lo tanto,



$$P(\overline{C} \ y \ \overline{G}) = \frac{6}{14}.$$

Ejercicios 6:

1. Sea S = { a, e, i, o, u}, A = { e, o, u} y B = { a, u}. Halle:

   a. $P(\overline{A})$

   b. $P(\overline{B})$

   c. $P(A \ y \ B)$

   d. $P(A \ y \ \overline{B})$

   e. $P(\overline{A} \ y \ B)$

   f. $P(\overline{A} \ y \ \overline{B})$

2. Considere el espacio muestral $\boldsymbol{S}$ donde $\boldsymbol{P(A)} = 0.5$, $\boldsymbol{P(B)} = 0.4$ y $P(A \; y \; B) = 0.3$. Halle:

a. $P(\overline{A})$

b. $P(\overline{B})$

c. $P(\overline{A \; y \; B})$

d. $P(A \; y \; \overline{B})$

e. $P(\overline{A} \; y \; B)$

f. $P(\overline{A} \; y \; \overline{B})$

3. Una nutricionista preguntó a 30 de sus clientes si consumían frutas y vegetales en su dieta diaria. Encontró que 15 consumen frutas, 8 consumen vegetales y 6 consumen ambos grupos alimenticios en su dieta diaria. Si seleccionamos al azar una de estas personas, halle la probabilidad de que en su dieta diaria

a. no consuma frutas.
b. no consuma vegetales.
c. consuma frutas y no vegetales.
d. no consuma frutas y consuma vegetales.
e. no consuma frutas ni vegetales.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 6

1. a. $\frac{2}{5}$ b. $\frac{3}{5}$

   c. $\frac{1}{5}$ d. $\frac{2}{5}$

   e. $\frac{1}{5}$

2. a. 0.5 b. 0.6

   c. 0.7 d. 0.1

   e. 0.4

3. a. $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ b. $\frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

   c. $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$ d. $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

   e. $\frac{13}{30}$

POS-PRUEBA

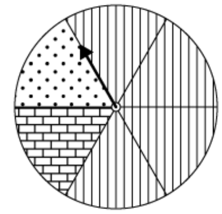
Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios y escoja la alternativa correcta.

1. La probabilidad que se basa en el juicio personal de los hechos relevantes se conoce como probabilidad
    - a. empírica
    - b. teórica
    - c. clásica
    - d. subjetiva

2. Al lanzar al azar un dado balanceado de seis caras, ¿cuál de los siguientes eventos es simple.
    - a. obtener un número par
    - b. obtener un número menor de 3
    - c. obtener un número mayor de 5
    - d. no obtener 2

3. Al lanzar al azar un dado balanceado de seis caras, la probabilidad de obtener un número mayor de 2 es
    - a. $^{1}/_{6}$
    - b. $^{1}/_{3}$
    - c. $^{1}/_{2}$
    - d. $^{2}/_{3}$

4. La siguiente ruleta circular está dividida en 6 sectores iguales. Si se gira la ruleta aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que la aguja **no** caiga en un sector marcado con líneas verticales? (Suponga que la aguja no cae en las divisiones.)
    - a. $^{1}/_{6}$
    - b. $^{1}/_{3}$
    - c. $^{2}/_{5}$
    - d. $^{2}/_{3}$



Utilice la siguiente información para contestar las preguntas 5 - 6.

Las siguientes 11 cartas son puestas dentro de una tómbola y seleccionamos una de ellas al azar.

M	I	S	S	I	S	S	I	P	P	I

5. ¿Cuál es el evento menos probable?

   a. M
   b. I
   c. S
   d. P

6. ¿Cuál es la probabilidad de **<u>no</u>** obtener una P?

   a. 0.9091
   b. 0.8182
   c. 0.8000
   d. 0.1818

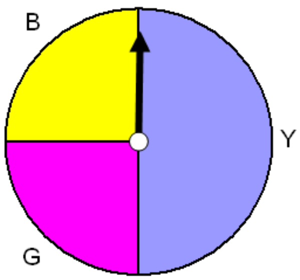
7. Una tómbola contiene un número desconocido de canicas de un solo color, ya sea rojo, verde, negro o blanco. La siguiente tabla resume los colores obtenidos al extraer una canica con reemplazo de esta tómbola en 20 ocasiones.

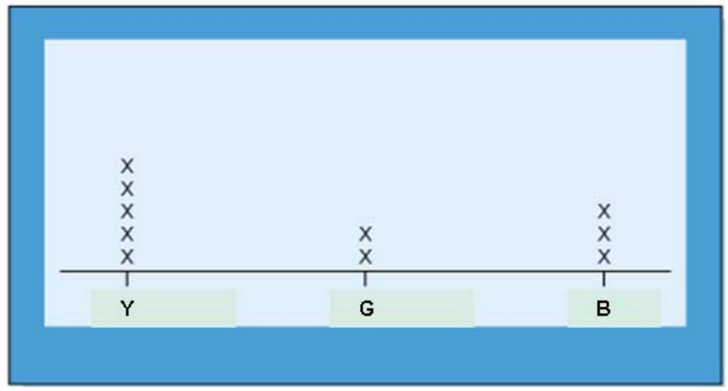
   Si predecimos el color de la próxima canica que sea extraída de esta tómbola, el color con mayor probabilidad es

   a. Rojo
   b. Verde
   c. Negro
   d. Blanco

Color Obtenido	Frecuencia
Rojo	6
Verde	8
Negro	2
Blanco	4

8. La siguiente ruleta se hace girar aleatoriamente en 10 ocasiones y los resultados obtenidos se marcan en la tabla adyacente.





Utilizando la probabilidad empírica, si hacemos rotar aleatoriamente una vez más la ruleta, ¿cuál es la probabilidad de obtener B?

a. 3 %

b. 25%

c. 30%

d. 33%

Utilice la siguiente información para contestar las preguntas 9 - 10.

Un líder comunitario desea conocer la opinión de la gente de su comunidad sobre cierta medida legislativa que se discute en el Senado. La siguiente tabla ilustra los resultados de los 300 miembros de la comunidad.

	A favor	En contra	Neutral	Totales
Hombres	45	15	10	70
Mujeres	90	110	30	230
Totales	135	125	40	300

Si seleccionamos, al azar, a un individuo de la muestra:

9. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada sea mujer y su opinión de la medida legislativa es neutral?

a. 0.1000

b. 0.1304

c. 0.7500

d. 0.9000

10. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada **<u>no</u>** esté en contra de la medida?

a. 0.1333
b. 0.4167
c. 0.4500
d. 0.5833

RESPUESTAS DE LA PRE-PRUEBA

1. a
2. d
3. c
4. b
5. d
6. b
7. c
8. c
9. d
10. b

RESPUESTAS DE LA POS-PRUEBA

1. d
2. c
3. d
4. b
5. a
6. b
7. b
8. c
9. a
10. d

REFERENCIAS

1. Estadística, Mario F. Triola, Décima Edición, 2009, Addison Wesley
2. Fundamentals of Statistics, Michael Sullivan, Third Edition, 2011, Prentice Hall