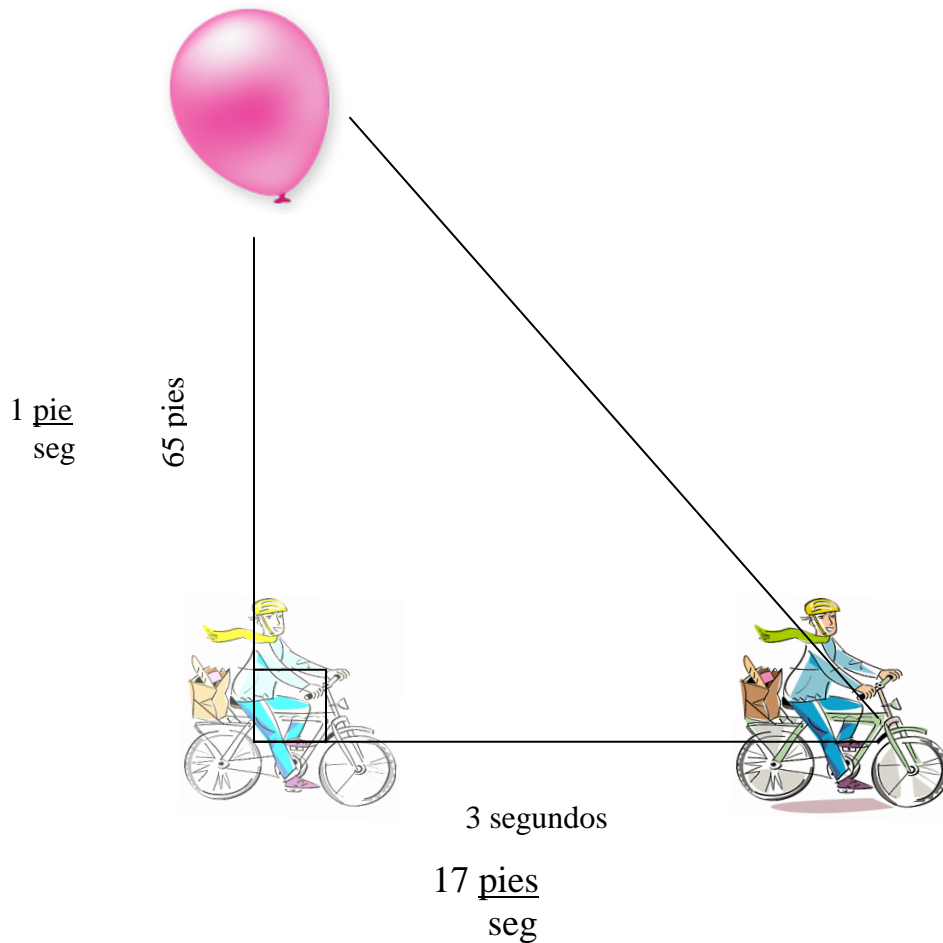


**Ejercicio – Un globo y una bicicleta:**

Un globo se eleva verticalmente desde una superficie plana, a una razón constante de 1 pie/seg. Justo cuando el globo está a 65 pies sobre dicha superficie, una bicicleta que se mueve a una velocidad constante de 17 pies/seg pasa debajo de él. ¿Qué tan rápido aumenta la distancia  $z(t)$  entre la bicicleta y el globo 3 segundos después?



Solución:

Debemos establecer nuestras variables:

Sea  $x$  la distancia recorrida por la bicicleta

sea  $y$  la distancia recorrida por el globo y

sea  $z$  la distancia entre el globo y la bicicleta.

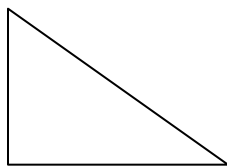
$dx/dt$  = la razón de cambio de la distancia que recorre la bicicleta

$dy/dt$  = la razón de cambio de la distancia del globo

$dz/dt$  = la razón de cambio de la distancia entre el globo y la bicicleta.

- La razón del globo ( $dy/dt$ ) es de 1 pie/seg. Si el globo estaba a 65 pies de la superficie, luego de 3 segundos éste aumentó 3 pies. [65 pies + 3 pies = 68 pies] Así que quedó a 68 pies de la superficie.
- La razón de la bicicleta ( $dx/dt$ ) es de 17 pies/seg. Por lo tanto el desplazamiento que tuvo la bicicleta desde el punto en que estaba debajo del globo hasta 3 segundos después es de 51 pies. [  $17 \frac{\text{pies}}{\text{seg}} \times 3 \text{ seg} = 51 \text{ pies}$  ]

- Ahora buscamos nuestro último lado (z) por el Teorema de Pitágoras:



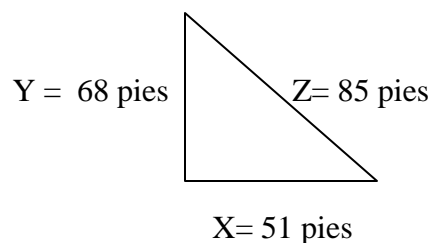
$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z = \sqrt{(51 \text{ pies})^2 + (68 \text{ pies})^2}$$

$$z = 85 \text{ pies}$$

- Nuestro triángulo final quedaría de la siguiente manera:



- Ahora derivamos implícitamente la fórmula del Teorema de Pitágoras en términos del tiempo. Ya simplificada y despejada para  $dz/dt$  queda de la siguiente manera:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$dz/dt = \frac{2x(dx/dt) + 2y(dy/dt)}{2z}$$

$$dz/dt = \frac{x(dx/dt) + y(dy/dt)}{z}$$

$$dz/dt = \frac{51 \text{ pies}(17 \text{ pies/seg}) + 68 \text{ pies}(1 \text{ pie/seg})}{85 \text{ pies}}$$

$$dz/dt = \frac{865 \text{ pies}^2/\text{seg} + 68 \text{ pies}^2/\text{seg}}{85 \text{ pies}}$$

- Por último resolvemos:

$dz/dt = 11 \text{ pies/seg}$
-------------------------------