

Universidad de Puerto Rico
Departamento de Matemáticas
MATE 3032 – EXAMEN II

Nombre: _____ Núm. de Est.: _____

Instrucciones: Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

I) (20 puntos) Encuentre los siguientes límites.

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan^{-1} x}$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

$$\text{iv) } \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\text{v) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\tan x)^{\cos x}$$

II) (30 puntos) Calcule las siguientes integrales impropias.

i) $\int_{-8}^1 \frac{dz}{\sqrt[3]{z}}$

ii) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 1}$

$$\text{iii) } \int_0^1 \frac{e^{-\sqrt{\theta}}}{\sqrt{\theta}} d\theta$$

III) (10 puntos) Determine la suma de las siguientes series convergentes.

$$\text{i) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1} + (-1)^n 3^{2n}}{11^{n+2}}$$

$$\text{ii) } \sum_{n=1}^{\infty} (\tan^{-1}(n+1) - \tan^{-1} n)$$

IV) (40 puntos) Determine si las siguientes series convergen o divergen.

$$\text{i) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln^2 n + 1)}$$

$$\text{ii) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\tan^{-1} n}{n^{1.5}}$$

$$\text{iii) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n} - 1}$$

$$\text{iv) } \sum_{n=1}^{\infty} n \tan\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\text{v)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!}$$

$$\text{vi)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

$$\text{vii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n^2 - 6n + 4}$$

$$\text{viii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \cos n}{n^2}$$

$$\text{ix)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right)^n$$

$$\text{x)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (\ln 2)^n$$

V) (6 puntos) BONO: Determine la convergencia de $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ donde $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n^2} & n \text{ es primo} \\ 0 & n \text{ es compuesto} \end{cases}$