

Universidad de Puerto Rico
Departamento de Matemáticas
MATE 3032 – EXAMEN FINAL – 23 de mayo de 2014

Nombre: _____ Núm. de Est.: _____

Instrucciones: Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

I) (25 puntos) Calcule las siguientes integrales.

1) $\int_1^2 x \ln x \, dx$

2) $\int \sqrt{25 - x^2} \, dx$

$$3) \int \frac{x-4}{x^2+5x-6} dx$$

$$4) \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$$

$$5) \int_0^\infty \frac{dx}{x^2+1}$$

II) (9 puntos) Calcule los siguientes límites.

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\cos x - 1}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(e^x - 1)}{\ln x}$$

III) (12 puntos) Determine si las siguientes series convergen ó divergen.

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e}{\pi}\right)^n$$

$$2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+4}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(\ln n)^n}$$

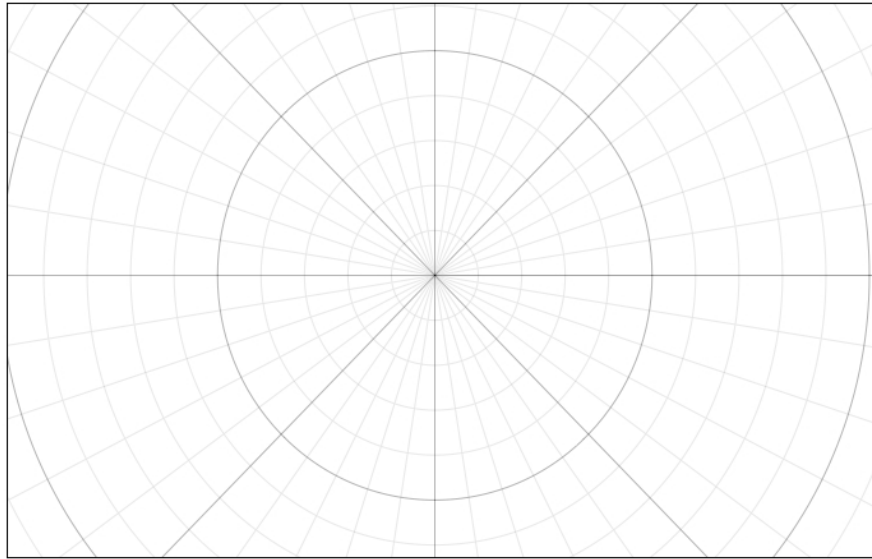
IV) (8 puntos) Encuentre el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias.

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{n}$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^4}$$

- V) (6 puntos) Determine la ecuación de la esfera que tiene a los puntos $(-1, 2, 3)$ y $(4, 3, -2)$ como puntos extremos de uno de sus diámetros.
- VI) (8 puntos) Encuentre la serie de Taylor para $f(x) = e^{-x}$ alrededor de $x = 0$.
- VII) (6 puntos) Para la curva definida por $x(t) = 2t^2 - 3$, $y(t) = t^4$, encuentre la ecuación de la recta tangente en el punto $t = -1$.

VIII) (5 puntos) Grafique las curvas $r = 1 - \cos \theta$ y $r = 1$



IX) (8 puntos) Encuentre el área dentro de $r = 1$ y fuera de $r = 1 - \cos \theta$.

X) (6 puntos) Encuentre la ecuación simétrica de la línea que pasa por los puntos $(1, 3, -1)$, $(-4, 1, -1)$.

XI) (5 puntos) Determine si los siguientes vectores son ortogonales o paralelos
 $\mathbf{a} = \langle 1, 2, -1 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle -1, 1, 1 \rangle$

XII) (6 puntos) Encuentre la ecuación del plano que contiene los puntos $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$.

XIII) (5 puntos) **BONO** Determine el punto de intersección de la recta $\frac{x-2}{3} = y+1 = -z-2$ con el plano $2x+y+z=0$.