

Universidad de Puerto Rico Departamento de Matemáticas
MATE 3063 – EXAMEN FINAL – 2010

Nombre: _____ Núm. de Estudiante: _____

I. Calcule los siguientes límites (8 puntos).

1.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y}$$

2.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin^2 y}{x^2 + 2y^2}$$

II. Para las siguientes funciones, calcule las derivadas parciales indicadas (15 puntos).

1. $f(x, y) = \tan^{-1}(x\sqrt{y}), f_x, f_y$

2. $yz = \ln(x + z), \frac{\partial z}{\partial x}$

3. $\sin(xyz) = x + 2y + 3z, \frac{\partial z}{\partial x}$

III. Encuentre el plano tangente de las siguientes superficies (14 puntos).

1. $z = e^{x^2-y^2}$ en el punto $(1, -1, 1)$

2. $z = \sqrt{xy}, (1, 1, 1)$

IV. Encuentre los máximos locales, mínimos locales y puntos silla de $g(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (8 puntos).

V. Encuentre los mínimos y máximos de $f(x, y) = x^2 + y^2$ sujeto a $xy = 1$ (10 puntos).

VI. Calcule las siguientes integrales (28 puntos).

1. $\iint_R \frac{xy^2}{x^2+1} dA$, $R = [0, 1] \times [-3, 3]$

2. $\iint_R \sqrt{4-x^2-y^2} dA$, donde $R = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$

3. $\iiint_E xyz dV$ donde E es el tetraedro con vertices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$

4. $\iiint_E xy dV$ donde E es la región acotada por $y = x^2, x = y^2, z = 0, z = x + y$

VII. Calcule las siguientes integrales de línea (14 Puntos).

1. $\int_C x \sin y ds$ donde C es el segmento de recta desde $(0, 3)$ hasta $(4, 6)$.

2. $\int_C (x^2 + y^2) dx + 2x dy$ donde C es la curva $y = 3x^2$ desde $(1, 2)$ hasta $(-2, 8)$.

VIII. Determine si $\int_C \tan y dx + x \sec^2 y dy$ es independiente de senda donde C es cualquier senda entre $(0, 1)$ y $(2, \frac{\pi}{4})$ (6 puntos).