

Universidad de Puerto Rico en Bayamón
Departamento de Matemáticas
Mate3171 – Primer Examen
20 de septiembre de 2011

Nombre _____ # de est. _____

Sección _____ Profesor _____

NO se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Apague su teléfono celular mientras está tomando el examen.

I. Para las siguientes aseveraciones conteste Cierto (C) ó Falso (F) en el espacio provisto.
(20pts., 2pts. c/u)

F 1) El número 3 es una solución a la ecuación $\frac{2x-1}{x-3} + x = \frac{x+1}{x+2}$.

C 2) La ecuación $3x - 3 = 3(x + 1)$ no tiene solución.

C 3) $i^{52} = 1$.

C 4) La ecuación $5x^2 + 7 = 0$ tiene dos soluciones en el conjunto de los números complejos.

F 5) La desigualdad $-3(x + 2) > 2x - 5(x - 2)$ tiene una cantidad infinita de soluciones.

F 6) La ecuación literal $2x - y = 3x + 5$ tiene como solución a $x = \frac{3x + 5 + y}{2}$.

F 7) La ecuación $|x - 5| = -2$ tiene como soluciones a $x = 7$ & $x = 3$.

F 8) Si $-|x| > 5$, entonces $-5 < x < 5$.

C 9) Para resolver la ecuación $2x^{\frac{2}{5}} - 3x^{\frac{1}{5}} - 1 = 0$ utilizamos la sustitución $u = x^{\frac{1}{5}}$.

C 10) La desigualdad $|2x - 6| < 0$ no tiene solución.

II. Seleccione la alternativa correcta y escriba su respuesta en el espacio provisto. **Para recibir crédito por su respuesta deberá mostrar procedimiento conducente a su selección. (30pts., 3pts c/u)**

b 1. Al resolver la ecuación $5x^2 - x - 3 = 0$ obtenemos:

- a. una sola solución real
- b. dos soluciones reales
- c. dos soluciones no reales
- d. ninguna solución
- e. infinitas soluciones

$b^2 - 4ac =$ $(-1)^2 - 4(5)(-3) =$ $61 > 0$
--

c 2. Al resolver para y en la ecuación $y + 2 = \frac{y^2 - 7}{y - 3}$ obtenemos que $y =$

- a. -2
- b. -1
- c. 1
- d. 2
- e. 3

$$\begin{aligned}(y + 2)(y - 3) &= y^2 - 7 \Rightarrow \\ y^2 - y - 6 &= y^2 - 7 \Rightarrow \\ -6 + 7 &= y \Rightarrow \\ 1 &= y\end{aligned}$$

b 3. El conjunto solución para la desigualdad $-3x + 2 \geq -4$ es:

- a. $(-\infty, 2)$
- b. $(-\infty, 2]$
- c. $(2, \infty)$
- d. $[2, \infty)$
- e. $(-2, 2)$

$$\begin{aligned}-3x &\geq -4 - 2 \Rightarrow \\ -3x &\geq -6 \Rightarrow \\ x &\leq \frac{-6}{-3} \Rightarrow \\ x &\leq 2\end{aligned}$$

b 4. El conjunto solución de la desigualdad $-3 \leq 4x - 5 \leq 7$ es:

- a. Conjunto vacío
- b. $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$
- c. $\left[\frac{23}{4}, \frac{27}{4}\right]$
- d. $\left[\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- e. $\left[-\frac{17}{4}, -\frac{13}{4}\right]$

$$\begin{aligned}-3 \leq 4x - 5 \leq 7 &\Rightarrow \\ -3 + 5 \leq 4x \leq 7 + 5 &\Rightarrow \\ 2 \leq 4x \leq 12 &\Rightarrow \\ \frac{2}{4} \leq x \leq \frac{12}{4} &\Rightarrow \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 3 &\end{aligned}$$

c 5. Al efectuar las operaciones $2i^{13}(3+i)^2$ obtenemos

- a. $-16i$
- b. $16i$
- c. $-12+16i$
- d. $-12-16i$
- e. $-32-24i$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4 \overline{)13} \\ \underline{12} \\ 1 \\ i^{13} = i \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} 2i(9+6i+i^2) = \\ 2i(9+6i-1) = \\ 16i+12i^2 = \\ -12+16i \end{array}$$

d 6. Al efectuar la operación $\frac{-4+i}{2-i}$ obtenemos el número complejo:

- a. -2
- b. $-1-2i$
- c. $-2-2i$
- d. $-\frac{9}{5}-\frac{2}{5}i$
- e. $-\frac{9}{5}+\frac{2}{5}i$

$$\begin{array}{l} \frac{-4+i}{2-i} \cdot \frac{2+i}{2+i} = \\ \frac{-8-4i+2i+i^2}{2^2+1^2} = \\ \frac{-9-2i}{5} = -\frac{9}{5} - \frac{2}{5}i \end{array}$$

b 7. La ecuación $2x^3 - 4x^2 - 6x = 0$ tiene como conjunto solución a:

- a. $2,0,3,-1$
- b. $0,3,-1$
- c. $3,-1$
- d. $2,3,-1$
- e. ninguna de las anteriores

$$\begin{array}{l} 2x(x^2 - 2x - 3) = 0 \Rightarrow \\ 2x(x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \\ x = 0 \text{ ó } x-3=0 \text{ ó } x+1=0 \Rightarrow \\ x = 0 \text{ ó } x = 3 \text{ ó } x = -1 \end{array}$$

a 8. La desigualdad $-3|y-1| \geq -9$ tiene como conjunto solución a:

- a. $[-2,4]$
- b. $[-4,4]$
- c. $[-3,3]$
- d. $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$
- e. $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

$$\begin{aligned} -3|y-1| \geq -9 &\Rightarrow \\ |y-1| &\leq \frac{-9}{-3} \Rightarrow \\ |y-1| \leq 3 &\Rightarrow -3 \leq y-1 \leq 3 \Rightarrow \\ -3+1 &\leq y \leq 3+1 \Rightarrow \\ -2 &\leq y \leq 4 \end{aligned}$$

c 9. La ecuación $2 + \sqrt[3]{x+3} = 0$ tiene como conjunto solución a

- a. conjunto vacío
- b. $-8,8$
- c. -11
- d. -3
- e. 1

$$\begin{aligned} 2 + \sqrt[3]{x+3} = 0 &\Rightarrow \\ \sqrt[3]{x+3} &= -2 \Rightarrow \\ x+3 &= (-2)^3 \Rightarrow \\ x+3 &= -8 \Rightarrow \\ x &= -11 \end{aligned}$$

b 10. Al resolver la ecuación $x(x-3) = 5(x-3)$ obtenemos como solución:

- a. todos los números reales
- b. $x = 3$ & $x = 5$
- c. $x = 5$ & $x = 2$
- d. $x = 5$ solamente
- e. $x = 3$ solamente

$$\begin{aligned} x(x-3) &= 5(x-3) \Rightarrow \\ x^2 - 3x &= 5x - 15 \Rightarrow \\ x^2 - 8x + 15 &= 0 \Rightarrow \\ (x-3)(x-5) &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

III. Resuelva por la variable en cuestión en cada una de las siguientes ecuaciones en el conjunto de los números complejos. Muestre todo su trabajo y/o cálculos en el espacio provisto. Escriba su respuesta sobre la línea incluida en la parte inferior derecha después de cada ejercicio. Respuestas sin procedimiento no recibirán crédito alguno.

1) $\frac{2x-5}{x-5} - 1 = \frac{x-3}{x-1}$ (7pts.)

$$\begin{aligned} \frac{2x-5}{x-5} - 1 &= \frac{x-3}{x-1} \Rightarrow \\ (x-5)(x-1) \left[\frac{2x-5}{x-5} - 1 \right] &= (x-5)(x-1) \frac{x-3}{x-1} \\ (x-5)(x-1) \frac{2x-5}{x-5} - (x-5)(x-1) &= (x-5)(x-3) \\ (x-1)(2x-5) - (x^2 - 6x + 5) &= (x^2 - 8x + 15) \\ (2x^2 - 7x + 5) - (x^2 - 6x + 5) &= (x^2 - 8x + 15) \\ -x = -8x + 15 \Rightarrow 7x = 15 \Rightarrow x &= \frac{15}{7} \end{aligned}$$

$\frac{15}{7}$

2) $7 - 5|2x - 3| = -8$ (8pts.)

$$\begin{aligned} 7 - 5|2x - 3| &= -8 \\ -5|2x - 3| &= -8 - 7 = -15 \\ |2x - 3| &= \frac{-15}{-5} = 3 \Rightarrow 2x - 3 = -3 \quad \text{ó} \quad 2x - 3 = 3 \\ \Rightarrow 2x &= 0 \quad \text{ó} \quad 2x = 6 \\ \Rightarrow x &= 0 \quad \text{ó} \quad x = 3 \end{aligned}$$

0,3

3) $y - \sqrt{3y-5} = 1$ (7pts.)

$$y - \sqrt{3y-5} = 1 \Rightarrow y - 1 = \sqrt{3y-5}$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = 3y-5$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 3y - 5$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 3y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (y-3)(y-2) = 0$$

$$\Rightarrow y-3=0 \text{ ó } y-2=0$$

$$\Rightarrow y=3 \text{ ó } y=2$$

Podemos verificar que ambas son soluciones a la ecuación

2,3

4) $\frac{y}{x} = \frac{y-3}{x-2}$ resuelva por y (6pts.)

$$\frac{y}{x} = \frac{y-3}{x-2} \Rightarrow$$

$$y(x-2) = x(y-3) \Rightarrow$$

$$yx - 2y = xy - 3x \Rightarrow$$

$$-2y = -3x \Rightarrow$$

$$y = \frac{-3x}{-2} = \frac{3x}{2}$$

$\frac{3x}{2}$

5) $x^4 = 2x^2 + 8$

(7pts.)

$$x^4 = 2x^2 + 8 \Rightarrow$$

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$u = x^2 \Rightarrow u^2 = x^4$$

$$u^2 - 2u - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$(u - 4)(u + 2) = 0 \Rightarrow$$

$$u = 4 \quad \text{ó} \quad u = -2 \Rightarrow$$

$$x^2 = 4 \quad \text{ó} \quad x^2 = -2$$

$$x = \pm 2 \quad \text{ó} \quad x = \pm i\sqrt{2}$$

$$2, -2, i\sqrt{2}, -i\sqrt{2}$$

IV. Resuelva las siguientes desigualdades por la variable en cuestión. Dibuje la gráfica del conjunto solución y escriba su solución en notación de intervalos sobre la línea provista en la parte inferior derecha después de cada ejercicio.

1) $\frac{3z}{4} - (2z + 5) \geq -3 - z$

(7pts.)

$$\frac{3z}{4} - (2z + 5) \geq -3 - z \Rightarrow$$

$$3z - 4(2z + 5) \geq 4(-3 - z) \Rightarrow$$

$$3z - 8z - 20 \geq -12 - 4z \Rightarrow$$

$$-5z - 20 \geq -12 - 4z \Rightarrow$$

$$-8 \geq z$$



$$(-\infty, -8]$$

$$4) \quad 4|3y-5|-16 \geq 0$$

(8pts.)

$$4|3y-5|-16 \geq 0 \Rightarrow$$

$$4|3y-5| \geq 16 \Rightarrow$$

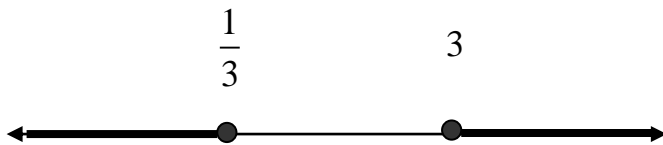
$$|3y-5| \geq \frac{16}{4} \Rightarrow$$

$$|3y-5| \geq 4 \Rightarrow$$

$$3y-5 \leq -4 \quad \text{ó} \quad 3y-5 \geq 4$$

$$3y \leq 1 \quad \quad \quad 3y \geq 9$$

$$y \leq \frac{1}{3} \quad \quad \quad y \geq 3$$



$$\left(-\infty, \frac{1}{3}\right] \cup [3, \infty)$$
