

Universidad de Puerto Rico en Bayamón  
Departamento de Matemáticas  
Mate3171 – Segundo Examen  
26 de octubre de 2011

Nombre \_\_\_\_\_ # de est. \_\_\_\_\_

Sección \_\_\_\_\_ Profesor \_\_\_\_\_

**NO se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Apague su teléfono celular mientras está tomando el examen.**

I. Para las siguientes aseveraciones conteste Cierto (C) ó Falso (F) en el espacio provisto.  
(24pts., 2pt. c/u)

C 1) Si  $x^2 < 9$ , entonces  $x < 3$ .

C 2) La solución a la desigualdad  $\frac{2}{x-3} > 0$  es  $(3, \infty)$ .

F 3) El punto  $(-1, 3)$  es un punto en la gráfica de la ecuación  $(y-2) = -2(x-3)$ .

F 4) El vértice de la parábola con ecuación  $4(x+2) = (y-3)^2$  es  $(2, -3)$ .

C 5) La pendiente de la recta  $-5x - 3y + 11 = 0$  es  $-\frac{5}{3}$ .

C 6) El foco de la parábola  $x^2 = -8y$  se encuentra en el eje de  $y$ .

F 7) El eje transversal de la hipérbola  $\frac{(x-7)^2}{4} - \frac{(y+4)^2}{9} = 1$  es una recta vertical.

C 8) El eje menor de la elipse  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$  es vertical.

C 9) La ecuación de la recta vertical que pasa por el punto  $(5, -4)$  es  $x = 5$ .

F 10) La directriz de la parábola  $x^2 = 8y$  es la recta  $y = 2$ .

F 11) El punto medio entre  $(-1, 1)$  y  $(-3, 7)$  es  $(1, 4)$ .

F 12) La distancia entre  $(2, 0)$  y  $(0, 4)$  es 2.

II. Trabaje los siguientes ejercicios en el espacio provisto. **Muestre todo procedimiento necesario que conduzca a su respuesta, de lo contrario no recibirá crédito por su contestación.**

1) Resuelva por  $x$  si  $x^2 \leq 2x + 15$ . Exprese su respuesta en notación de intervalos. (6pts.)

$$x^2 - 2x - 15 \leq 0$$

$$(x - 5)(x + 3) \leq 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} & + & -3 & & - & & 5 & & + \\ \hline \leftarrow & & & & & & & & \rightarrow \end{array}$$

*Solución:*  $[-3, 5]$

2) Determine los valores de  $t$  que satisfacen la desigualdad  $\frac{2t - 6}{3t - 2} \geq 0$ . (6pts.)

$$2t - 6 = 0 \rightarrow t = 3$$

$$3t - 2 = 0 \rightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & + & \frac{2}{3} & & - & & 3 & & + \\ \hline \leftarrow & & & & & & & & \rightarrow \end{array}$$

*Solución:*  $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right) \cup 3, \infty$

3) Determine la pendiente de la recta que tiene intercepto en el eje de  $x$  igual a  $(-4, 0)$  y que pasa por el punto  $(2, 5)$ . (4pts.)

La recta pasa por los puntos  $(-4, 0)$  y  $(2, 5)$

$$m = \frac{5 - 0}{2 - (-4)} = \frac{5}{6}$$

- 4) Determine la ecuación de la recta en la forma pendiente - intercepto que pasa por  $(2, -5)$  y es perpendicular a la recta  $y - 5 = \frac{1}{7}(x + 3)$ . (6pts.)

Como la recta es perpendicular a

$y - 5 = \frac{1}{7}(x + 3)$  entonces su pendiente

es  $m = -7$ . Dado que pasa por  $(2, -5)$

sustituimos en  $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - (-5) = -7(x - 2) \Rightarrow y + 5 = -7x + 14$$

despejando por  $y$  obtenemos

$$y = -7x + 9$$

- 5) Determine la ecuación en forma estándar de  $4x^2 + 2y^2 - 8x + 8y + 4 = 0$ . (7pts.)

$$4x^2 - 8x + 2y^2 + 8y + 4 = 0$$

$$4x^2 - 8x + \quad + 2y^2 + 8y + \quad = -4$$

$$4(x^2 - 2x + \quad) + 2(y^2 + 4y) = -4$$

$$4(x^2 - 2x + 1) + 2(y^2 + 4y + 4) = -4 + 4 + 8$$

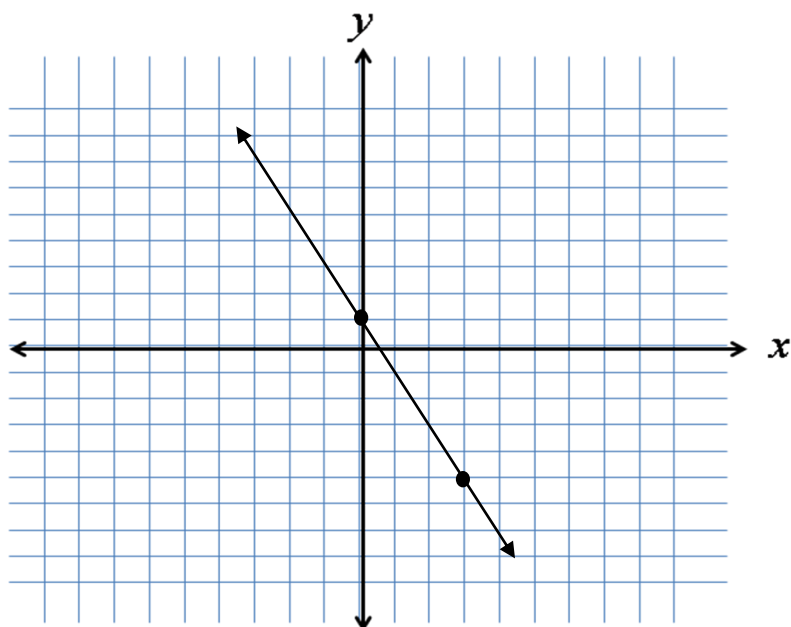
$$4(x - 1)^2 + 2(y + 2)^2 = 8$$

$$\frac{4(x - 1)^2}{8} + \frac{2(y + 2)^2}{8} = 1$$

$$\frac{(x - 1)^2}{2} + \frac{(y + 2)^2}{4} = 1$$

- 6) Trace la gráfica de la ecuación  $y + 5 = -2(x - 3)$  (5pts.)

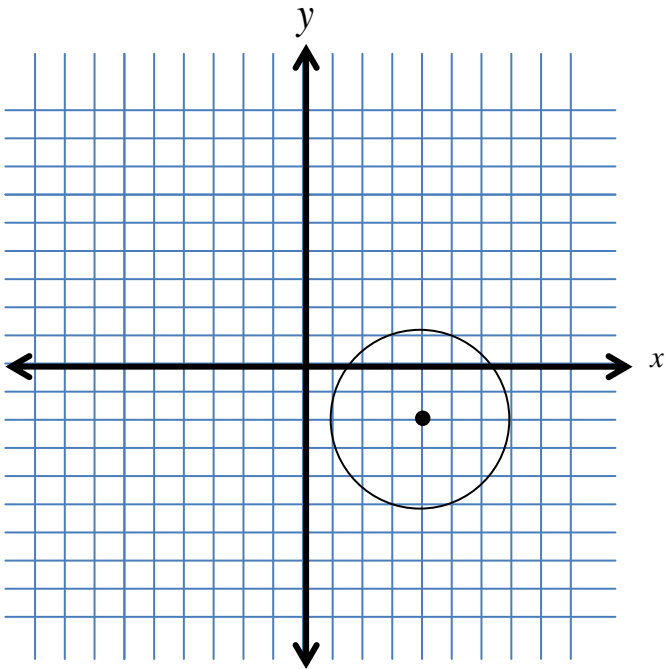
Si  $x = 3 \Rightarrow y = -5$  & si  $y = 1 \Rightarrow x = 0$



7) Trace la gráfica de  $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 9$

(6pts.)

Centro =  $(4, -2)$  Radio = 3



8) Utilice las pruebas de simetría para determinar si la gráfica de la ecuación  $y = 2x^5 - 3x^3$  posee alguna de las tres simetrías discutidas. (6pts.)

Simetría con respecto al eje de  $y$

Sustituimos  $x$  por  $-x$

$$y = 2(-x)^5 - 3(-x)^3 = -2x^5 + 3x^3$$

la ecuación cambió,

la prueba de simetría no se satisface

Simetría con respecto al eje de  $x$

Sustituimos  $y$  por  $-y$

$$-y = 2x^5 - 3x^3 \Rightarrow y = -2x^5 + 3x^3$$

la ecuación cambió,

la prueba de simetría no se satisface

Simetría con respecto al origen

Sustituimos  $y$  por  $-y$  &  $x$  por  $-x$

$$-y = 2(-x)^5 - 3(-x)^3 = -2x^5 + 3x^3$$

$$\Rightarrow y = 2x^5 - 3x^3$$

la ecuación se queda igual,

la prueba de simetría se satisface

por lo tanto la gráfica de esta ecuación

tiene simetría con respecto al origen

9) Determine los interceptos en los ejes de la gráfica de la ecuación  $\frac{x-4}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$ . (6pts.)

**Interceptos en el eje de  $x$**

Dejamos que  $y = 0$  en  $\frac{x-4}{4} + \frac{y^2}{8} = 1$   $\frac{x-4}{4} = 1 \Rightarrow x - 4 = 4 \Rightarrow x = 8$

Sólo hay intercepto en el eje de  $x$  el punto  $(8,0)$  .

**Interceptos en el eje de  $y$**

Dejamos que  $x = 0$  en

$$\frac{x-4}{4} + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow \frac{0-4}{4} + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow$$

$$-1 + \frac{y^2}{8} = 1 \Rightarrow \frac{y^2}{8} = 2 \Rightarrow$$

$$y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4$$

Los interceptos en el eje de  $y$  son los puntos  $(0,4)$  &  $(0,-4)$  .

10) Parea cada ecuación con su gráfica correspondiente (5pts.)

d 1)  $3x^2 + 2y^2 - 24 = 0$

a. círculo

b 2)  $3x^2 - y^2 - 3x + y - 10 = 0$

b. hipérbola

e 3)  $2y - 3x^2 + 6x - 2 = 0$

c. recta

a 4)  $3x^2 + 3y^2 - 3x + 6y - 2 = 0$

d. elipse

c 5)  $3x - \frac{4}{3}y - 9 = 0$

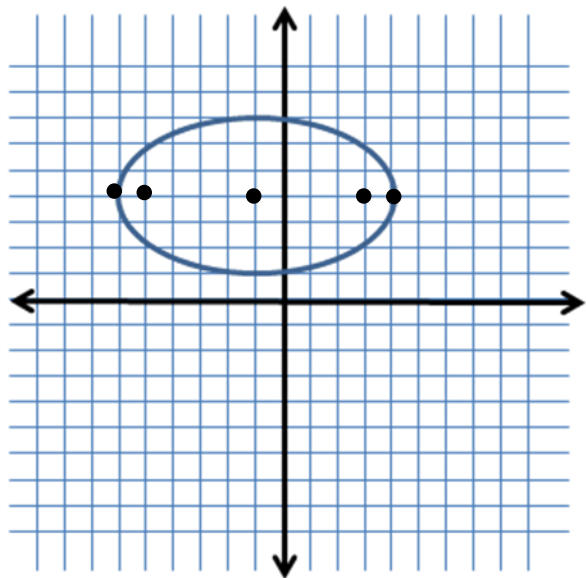
e. parábola

III. Para las siguientes ecuaciones trace sus gráficas, identificando en cada gráfica las partes indicadas con las coordenadas de los puntos y las ecuaciones según sea el caso.

1)  $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-4)^2}{9} = 1$

centro, vértices, focos

(7pts.)



*Centro* =  $(-1, 4)$

*Vértices*:  $V_1 = (-1 + 5, 4) = (4, 4)$ ,

$V_2 = (-1 - 5, 4) = (-6, 4)$

*Focos*:  $c = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$

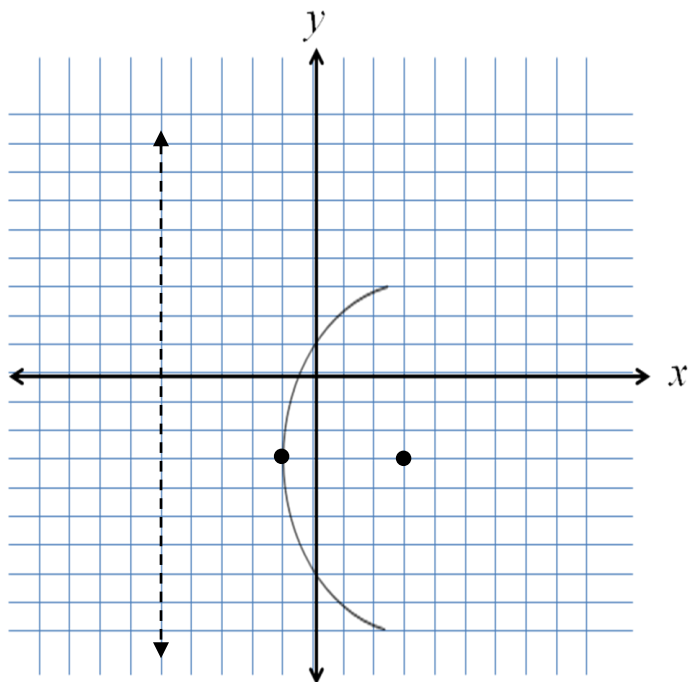
$F_1 = (-1 + 4, 4) = (3, 4)$ ,

$F_2 = (-1 - 4, 4) = (-5, 4)$ ,

2)  $(y+3)^2 = 16(x+1)$

vértice, foco, directriz

(7pts.)



*Vértice*:  $V_1 = (-1, -3)$

*Foco*:  $4a = 16 \Rightarrow a = 4$

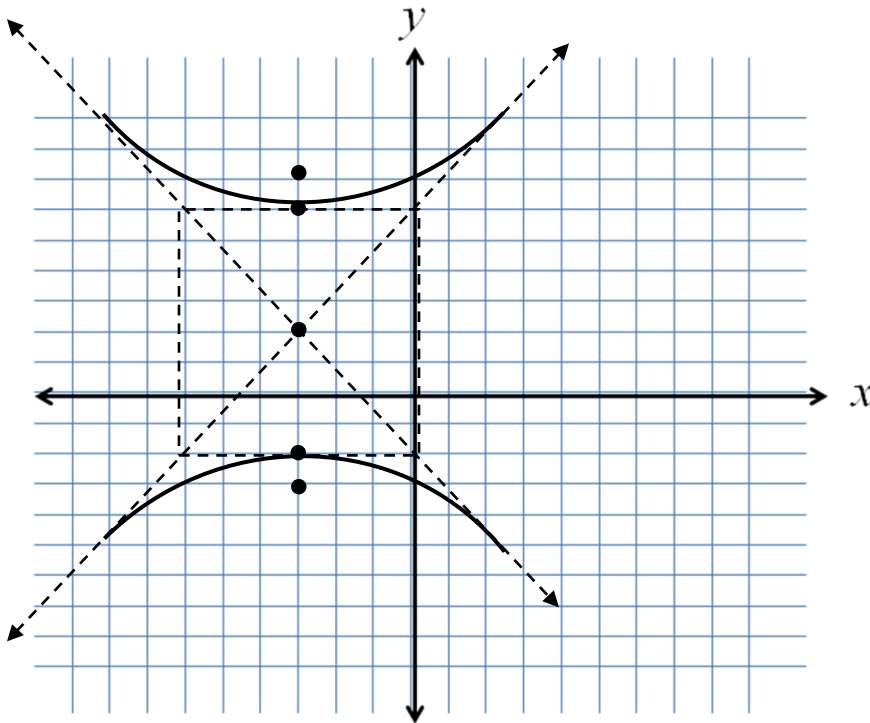
$F = (-1 + 4, -3) = (3, -3)$

*Directriz*:  $x = -5$

$$3) \frac{(y-2)^2}{16} - \frac{(x+3)^2}{9} = 1$$

centro, vértices, focos y asíntotas

(8pts.)



$$\text{Centro} = (-3, 2)$$

Vértices:

$$V_1 = (-3, 2 + 4) = (-3, 6)$$

$$V_2 = (-3, 2 - 4) = (-3, -2)$$

$$\text{Focos: } c = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$F_1 = (-3, 2 + 5) = (-3, 7)$$

$$F_2 = (-3, 2 - 5) = (-3, -3)$$

$$\text{Asíntotas: } m = \frac{4}{3}$$

$$y - 2 = \frac{4}{3}(x + 3)$$

$$y - 2 = -\frac{4}{3}(x + 3)$$