Universidad de Puerto Rico en Bayamón
Departamento de Matemáticas
Mate3172 - Examen 2
8 de abril de 2011

Nombre ____CLAVE____ # de est. ______________

Sección ________ Profesor______________

NO se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Apague su teléfono celular mientras está tomando el examen.

I. Conteste Cierto (C) ó Falso (F) para cada uno de los siguientes enunciados. (2pts.c/u)

__F__1) Los ángulos $\frac{7\pi}{6}$ y $\frac{-\pi}{6}$ son co-terminales.

__C__2) $\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$

__C__3) $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}+2\pi\right)$

__F__4) El período de la función $g(x)=\tan(x)$ es 2π.

__F__5) La función $f(x)=\cot(x)$ es una función par.

__F__6) La gráfica de $h(x)=3\cos(x)$ tiene amplitud $A=1$.

__C__7) $\cos\left[\cos^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right]$ no está definido.

__C__8) El desfase(cambio de fase)en la gráfica de $h(x)=\cos(2x-\pi)$ es de $\frac{\pi}{2}$ unidades.

__C__9) El campo de valores de $f(x)=\tan(x)$ es $(-\infty,\infty)$.

__F__10) $\operatorname{sen}^{-1}\left(\operatorname{sen}\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{6}$.

__C__11) Si $\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}$, entonces $\sec(\theta)<0$.

__C__12) Si $(-3,4)$ está en el lado terminal del ángulo θ, entonces $\operatorname{sen}(\theta)>0$.

__F__13) $\cos^{-1}(0)=0$.

__C__14) $|\operatorname{sen}(x)|\leq 1$ para todo número real x.

__F__15) $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$

II. Seleccione la mejor respuesta circulando la alternativa correcta. **Para recibir crédito por su respuesta deberá mostrar procedimiento conducente a su selección**

1) Un ángulo positivo que es co-terminal con el ángulo $\frac{31\pi}{6}$ es: (4pts.)

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{7\pi}{6}$

d) $\frac{11\pi}{6}$

e) No tiene un ángulo co-terminal positivo.

$$\frac{31\pi}{6} \div 2\pi = \frac{31\pi}{6} \bullet \frac{1}{2\pi} = 2\frac{7}{12} \text{ vueltas}$$
$$\Rightarrow \frac{7}{12} \bullet 2\pi = \frac{7\pi}{6}$$

2) El ángulo de referencia de 310° es: (3pts.)

a) 30°

b) 45°

c) 50°

d) 60°

e) 70°

Como $\theta = 310^{\circ}$ se encuentra en el cuarto cuadrante su ángulo de referencia es

$\theta_R = 360^{\circ} - 310^{\circ} = 50^{\circ}$

3) Si $\operatorname{sen}(\theta) = \frac{-2}{3}$ y $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$, entonces $\cos(\theta)=$ (4pts.)

a) $\frac{-5}{3}$

b) $\frac{-\sqrt{5}}{3}$

c) $\frac{-1}{3}$

d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

e) $\frac{5}{3}$

Método A: Como $\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\left(\frac{-2}{3}\right)^2 + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \cos^2\theta = 1 - \frac{4}{9}$$
$$\Rightarrow \cos^2\theta = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

como $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow \cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Método B: Como $\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = -2, r = 3$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{9-4} = \pm\sqrt{5}$. Pero como

$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi \Rightarrow x = -\sqrt{5}$

Por lo tanto $\cos\theta = \frac{-\sqrt{5}}{3}$

4) Si θ es un ángulo en posición estándar con el punto $(-1,2)$ en su lado terminal, entonces $\csc(\theta)=$ (4pts.)

a) $-\sqrt{5}$

b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

e) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$(-1)^2+2^2=r^2 \Rightarrow r=\sqrt{5}$

$\Rightarrow \csc\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$

5) $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)=$ (5pts)

a) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

c) $1-\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

e) $\frac{1+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\sec\left(\frac{\pi}{4}\right)=$

$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

6) $\cos(870^\circ)=$ (5pts.)

a) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{-1}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

$870^\circ \div 360^\circ = 2$ con residuo 150°

Por lo tanto 150° es coterminal con 870°

$\Rightarrow \cos 870^\circ = \cos 150^\circ$. Además el ángulo de referencia de 150° es $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \cos 870^\circ = \pm\cos 30^\circ$. Como 870° está en el cuadrante II $\cos 870^\circ < 0$. Por lo tanto

$\cos 870^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

7) $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$ (3pts)

a) $-\frac{\pi}{3}$

b) $-\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{2\pi}{3}$

$\frac{5\pi}{6}$

Si $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x$, entonces

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ donde $0 \le x \le \pi$

$x = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6}$

8) $\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right) =$ (4pts.)

$-\frac{\pi}{3}$

b) $-\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{3}$

e) Ninguna de las anteriores

Si $\tan^{-1}\left(-\sqrt{3}\right) = x$, entonces $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

donde $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < 0$

$\tan x = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \Rightarrow \operatorname{sen} x = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ y\ \cos x = \frac{1}{2}$

Por lo tanto $x = -\frac{\pi}{3}$

9) $\cos\left(\operatorname{sen}^{-1}\frac{2}{5}\right) =$ (5pts.)

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{5}{2}$

$\frac{\sqrt{21}}{5}$

d) $\frac{5}{\sqrt{21}}$

e) Ninguna de las anteriores

Sea $\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{2}{5}\right) = x$, entonces $\cos\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)\right) = \cos x$

y $\operatorname{sen} x = \frac{2}{5} = \frac{y}{r} \Rightarrow x^2 + 2^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 - 2^2 = 21$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{21}$. Como $\operatorname{sen} x = \frac{2}{5} \Rightarrow 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \sqrt{21}$

Entonces $\cos x = \frac{\sqrt{21}}{5}$

10) La expresión $1-\text{sen}^2\left(42^\circ\right)$ es equivalente a (3pts)

a) $-\cos^2\left(42^\circ\right)$

$\cos^2\left(42^\circ\right)$

c) $-\cos^2\left(48^\circ\right)$

d) $\cos^2\left(48^\circ\right)$

e) Ninguna de las anteriores

Como $\text{sen}^2 x+\cos^2 x=1 \Rightarrow \cos^2 x=1-\text{sen}^2 x$ para toda $x\in\mathbb{R}$, en particular para $x=42^\circ$. Por lo tanto $1-\text{sen}^2(42^\circ)=\cos^2(42^\circ)$

11) La expresión $\dfrac{\cos^2\theta}{\cot\theta}$ es equivalente (4pts.)

a) $\cos^3\theta\ \text{sen}\ \theta$

$\cos\theta\ \text{sen}\ \theta$

c) $\text{sen}\ \theta$

d) $\cos^3\theta$

e) $\cos\theta$

$$\frac{\cos^2\theta}{\cot\theta}=\frac{\cos^2\theta}{\dfrac{\cos\theta}{\text{sen}\ \theta}}=\cos^2\theta\bullet\frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\theta}=\cos\theta\ \text{sen}\ \theta$$

12) El período de la función $f(x)=4\cos(3x-\pi)$ es : (2pts)

$\dfrac{2\pi}{3}$

b) $\dfrac{\pi}{3}$

c) $\dfrac{\pi}{4}$

d) 2π

e) π

$$\boxed{P=\frac{2\pi}{3}}$$

13) El dominio de $f(x) = \tan x$ es: (2pts.)

a) $(-\infty, \infty)$

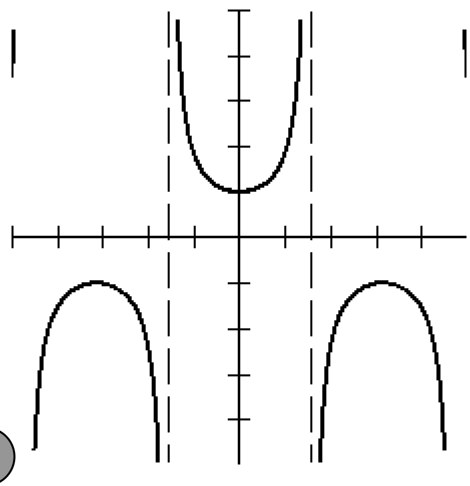
b) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

c) $0 < x < \pi, x \neq \frac{\pi}{2}$

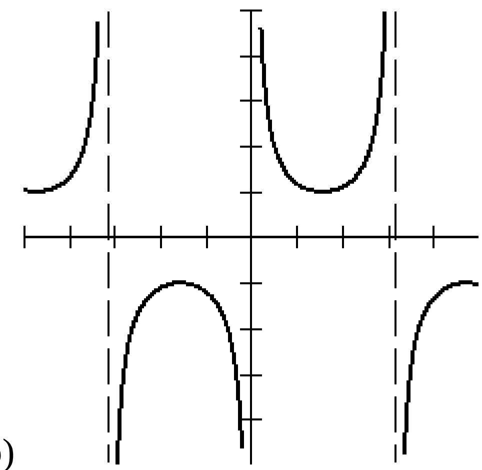
d) $\{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm n\pi, n = 0,1,2,...\}$

$\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0,1,2,...\right\}$

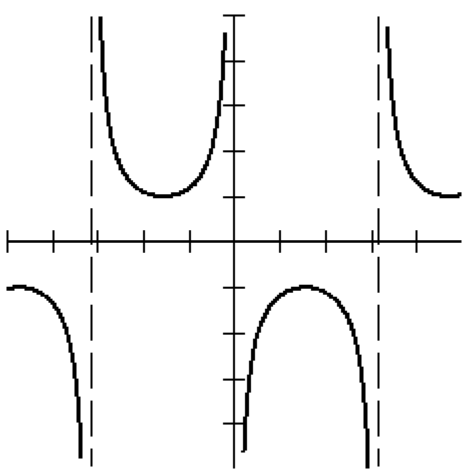
14) La gráfica de $g(x) = \sec(x)$ (2pts.)



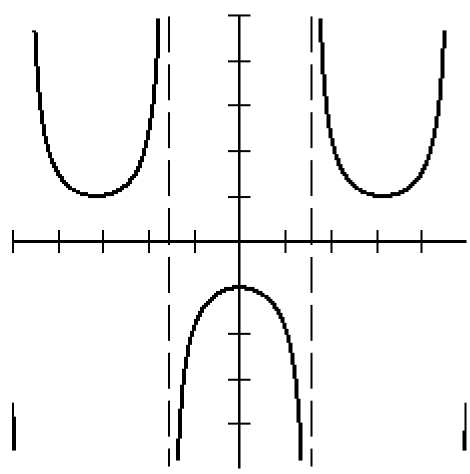
b)



c)



d)



15) $\sec\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right) =$ (3pts.)

-3

b) -1

c) 1

d) 3

e) ninguna de las anteriores

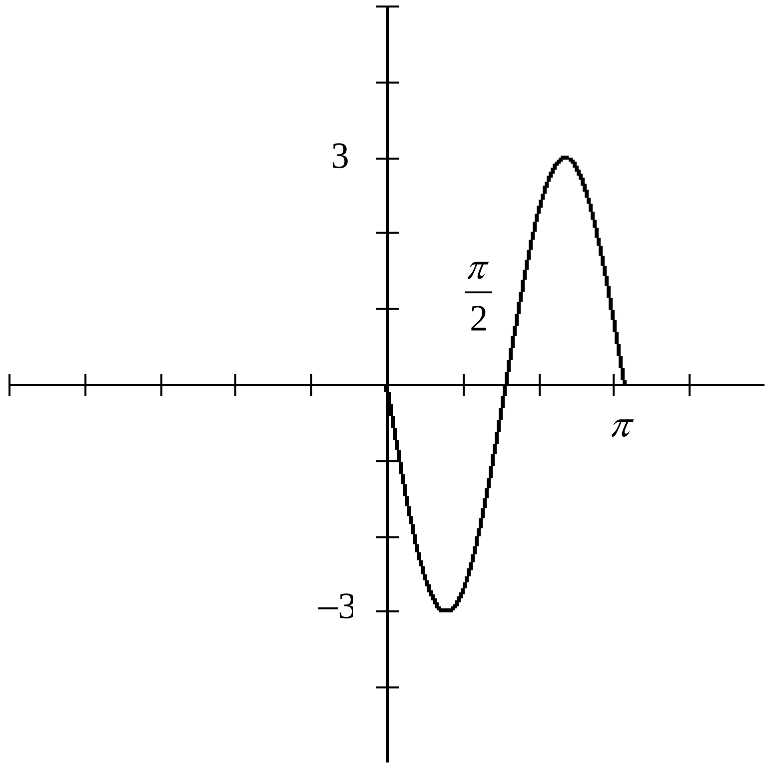
$$\sec\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right) =$$

$$\frac{1}{\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)} - 1 =$$

$$\frac{1}{-\frac{1}{2}} - 1 = -3$$

III. Trabaja los siguientes problemas. Muestre su procedimiento.

1) Trace un ciclo de la gráfica $g(x) = -3\text{sen}(2x)$ (5pts)

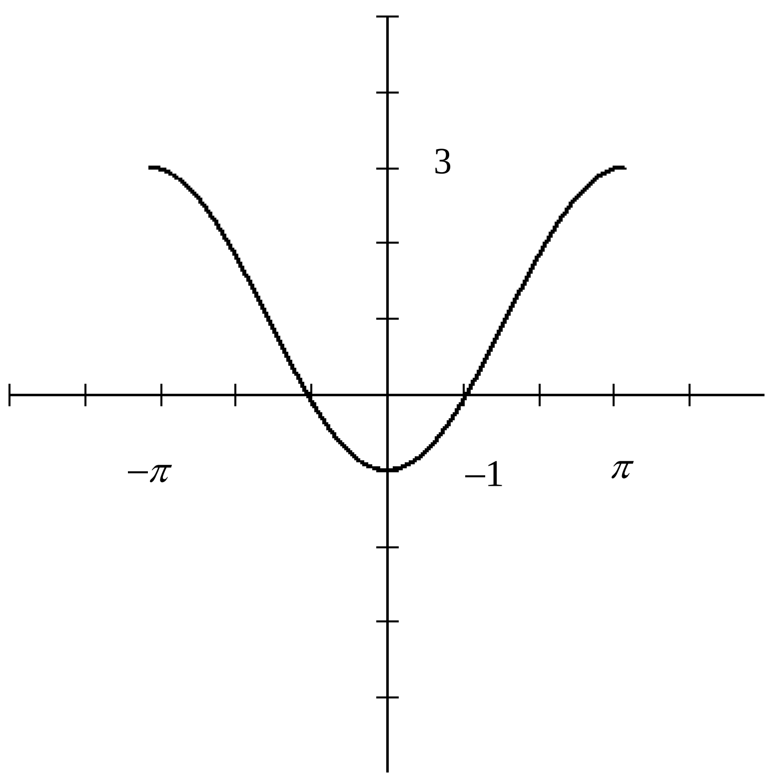


2) Determine $g^{-1}(x)$ (4pts.)

$$y = -3\text{sen}(2x) \Rightarrow \frac{y}{-3} = \text{sen}(2x) \Rightarrow \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{-3}\right) = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{-3}\right) = x \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{2}\text{sen}^{-1}\left(\frac{x}{-3}\right)$$

3) Trace un ciclo de la gráfica $f(x) = 2\cos(x+\pi)+1$ (6pts)



4) Determine el campo de valores de $f(x)$ (2pts.)

$[-1,3]$