

Nombre _____ CLAVE _____

de est. _____

Sección _____

Profesor _____

NO se permite el uso de ningún tipo de calculadora. Apague su teléfono celular mientras está tomando el examen.

I. Conteste Cierto (C) ó Falso (F) para cada uno de los siguientes enunciados. (2pts.c/u)

 C 1) $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{5} + 2\pi\right)$

 C 2) $\cos\left(-\frac{\pi}{15}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{15}\right) = 0$

 F 3) Los ángulos $\frac{5\pi}{4}$ rad y $-\frac{5\pi}{4}$ rad son co-terminales.

 F 4) La función $f(x) = \csc(x)$ es una función par.

 F 5) La gráfica de $h(x) = -2\cos(x - \pi)$ tiene amplitud -2 .

 C 6) El período de la función $g(x) = \cot(x)$ es π .

 C 7) $\sin\left[\sin^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right]$ no está definido.

 C 8) $|\cos(x - \pi)| \leq 1$ para todo número real x .

 C 9) $\sec^{-1}(2) = \frac{\pi}{3}$.

 C 10) Si $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, entonces $\csc(\theta) < 0$.

 F 11) El campo de valores de $f(x) = \sec(x)$ es $[-1, 1]$.

 F 12) $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{7\pi}{6}$.

 C 13) Si $(-2, 5)$ está en el lado terminal del ángulo θ , entonces $\cos(\theta) < 0$.

 F 14) $\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

 C 15) El desfase (cambio de fase) en la gráfica de $h(x) = \cos(3x - 2\pi)$ es de $\frac{2\pi}{3}$ unidades.

II. Seleccione la mejor respuesta circulando la alternativa correcta. **Para recibir crédito por su respuesta deberá mostrar procedimiento conducente a su selección.**

1) Si $\cos(\theta) = \frac{-3}{7}$ y $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, entonces $\sin(\theta) =$ (4pts.)

a) $\frac{-4}{7}$

$\frac{-2\sqrt{10}}{7}$

c) $\frac{-7\sqrt{10}}{20}$

d) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$

e) $\frac{7\sqrt{10}}{20}$

Método A: Como $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$$\sin^2\theta + \left(\frac{-3}{7}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \frac{9}{49} = \frac{40}{49}$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \pm \frac{\sqrt{40}}{7} = \pm \frac{2\sqrt{10}}{7}$$

como $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$$\Rightarrow \sin\theta = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$$

Método B: Como $\cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow y = -3, r = 7$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{49 - 9} = \pm\sqrt{40} = \pm 2\sqrt{10}. \text{ Como } \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = -2\sqrt{10} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-2\sqrt{10}}{7}$$

2) Si θ es un ángulo en posición estándar con el punto $(2, -3)$ en su lado terminal, entonces $\csc(\theta) =$ (4pts.)

a) $-\sqrt{13}$

b) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

$-\frac{\sqrt{13}}{3}$

d) $\frac{-\sqrt{13}}{2}$

e) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

$$r = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow \csc(\theta) = \frac{\sqrt{13}}{-3} = -\frac{\sqrt{13}}{3}$$

3) Un ángulo positivo que es co-terminal con el ángulo $\frac{41\pi}{4}$ es: (4pts.)



$$\frac{\pi}{4}$$

b)

$$\frac{3\pi}{4}$$

c)

$$\frac{5\pi}{4}$$

d)

$$\frac{7\pi}{4}$$

e)

No tiene un ángulo co-terminal positivo.

$$\frac{41\pi}{4} \div 2\pi = \frac{41\pi}{4} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{41}{8} \text{ vueltas} = 5\frac{1}{8} \text{ vueltas}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

4) El ángulo de referencia de 230° es: (3pts.)

a)

$$30^\circ$$

b)

$$45^\circ$$



$$50^\circ$$

d)

$$60^\circ$$

e)

$$70^\circ$$

Como $\theta = 230^\circ$ se encuentra en el tercer cuadrante su ángulo de referencia es $\theta_R = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ$

5) $\sec\left(\frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ (5pts)

a)

$$\sqrt{3} - 1$$

b)

$$2\sqrt{3} + 1$$

c)

$$\frac{3\sqrt{3} - 3}{3}$$



$$\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

e)

$$\frac{9 + \sqrt{3}}{3}$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

$$2 - \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$

6) $\sin(1305^\circ) =$ (5pts.)

$\frac{-\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

$1305^\circ \div 360^\circ = 3$ con residuo 225°

Por lo tanto 225° es cotermino con 1305°

$\Rightarrow \sin(1305^\circ) = \sin(225^\circ)$. Además el ángulo de referencia de 225° es $225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$

$\Rightarrow \sin(1305^\circ) = \pm \sin(45^\circ)$. Como 1305° está en el cuadrante III, $\sin(1305^\circ) < 0$. Por lo tanto

$\sin(1305^\circ) = -\sin(45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

7) $\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$ (3pts.)

$-\frac{\pi}{3}$

b) $-\frac{5\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{2\pi}{3}$

e) $\frac{5\pi}{6}$

Si $\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = x$, entonces

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ donde

$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$, entonces

$x = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$

8) $\tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) =$ (4pts.)

a) $-\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{3}$

e) Ninguna de las anteriores

Si $\tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = x$, entonces $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

donde $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < x < 0$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$ y $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Por lo tanto $x = -\frac{\pi}{6}$

9) $\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right)\right) =$ (5pts.)

a) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

b) $\frac{-3}{2\sqrt{10}}$

c) $\frac{-2\sqrt{10}}{3}$

d) $\frac{3}{2\sqrt{10}}$

e) Ninguna de las anteriores

Sea $\cos^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right) = a$, entonces $\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{-3}{7}\right)\right) = \tan a$
 $y \cos a = \frac{-3}{7} = \frac{x}{r} \Rightarrow (-3)^2 + y^2 = 7^2 \Rightarrow y^2 = 7^2 - (-3)^2 = 40$
 $\Rightarrow y = \pm\sqrt{40}$. Como $\cos a = \frac{-3}{7} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq a \leq \pi \Rightarrow y = \sqrt{40}$
 Entonces $\tan a = \frac{\sqrt{40}}{-3} = \frac{-\sqrt{40}}{3} = \frac{-2\sqrt{10}}{3}$

10) El período de la función $f(x) = 4\cos(3x - \pi)$ es : (2pts.)

a) $\frac{2\pi}{3}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) 2π

e) π

$$P = \frac{\text{periodo de } \cos(x)}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

11) El dominio de $f(x) = \sec x$ es: (2pts.)

a) $(-\infty, \infty)$

b) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

c) $0 < x < \pi, x \neq \frac{\pi}{2}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm n\pi, n = 0, 1, 2, \dots\}$

e) $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, \dots\right\}$

12) El campo de valores de $f(x) = \tan^{-1} x$ es: (2pts.)

a) $(-\infty, \infty)$

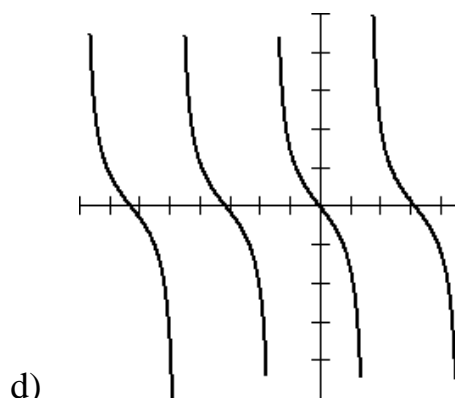
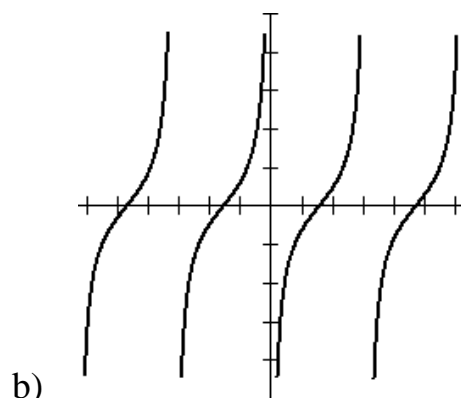
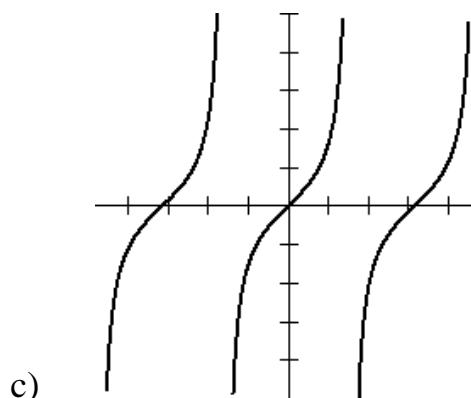
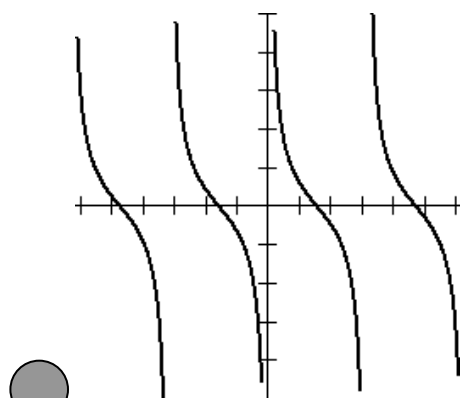
b) $(0, \infty)$

c) $[-1, 1]$

$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

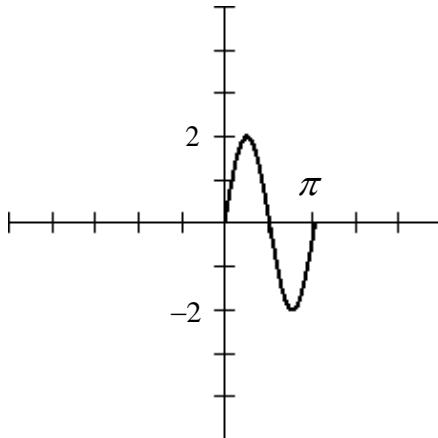
e) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

13) La gráfica de $g(x) = \cot(x)$ (2pts.)



e) Ninguna de las anteriores

14) La siguiente gráfica representa un ciclo de la gráfica de la función : (3pts.)



- a) $y = 2\text{sen}(\pi x)$
- b) $y = 2\text{cos}(\pi x)$
- c) $y = 2\text{sen}(2x)$
- d) $y = 2\text{cos}(2x)$
- e) Ninguna de las anteriores

15) $\csc\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$ (4pts.)

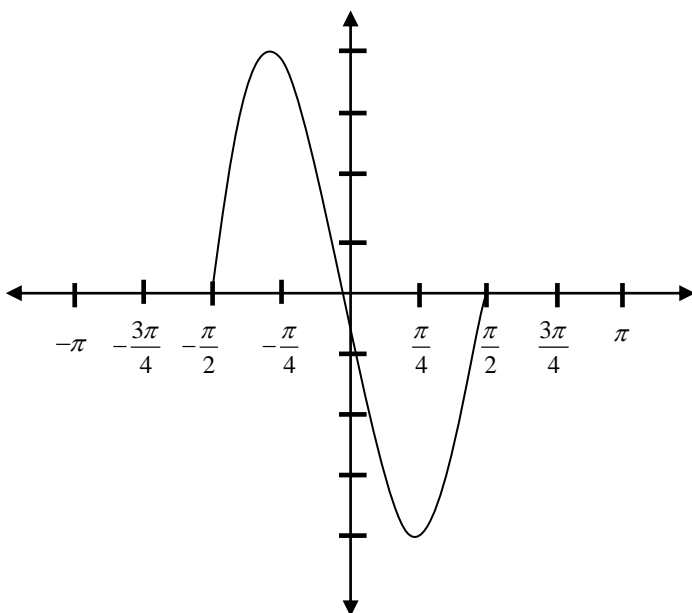
- a) $\frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$
- b) -1
- c) 1
- d) $\frac{-2\sqrt{3} + 3}{3}$

$$\begin{aligned} \csc\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{4}\right) &= \\ \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{7\pi}{6}\right)} - (-1) &= \\ \frac{1}{-\frac{1}{2}} + 1 &= -2 + 1 = -1 \end{aligned}$$

e) ninguna de las anteriores

III. Trabaja los siguientes problemas. Muestre su procedimiento.

1) Trace un ciclo de la gráfica de $g(x) = 4\text{sen}(2x + \pi)$. (6pts)



$$\text{Amplitud} = |4| = 4$$

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\text{Desfase} = -\frac{\pi}{2}$$

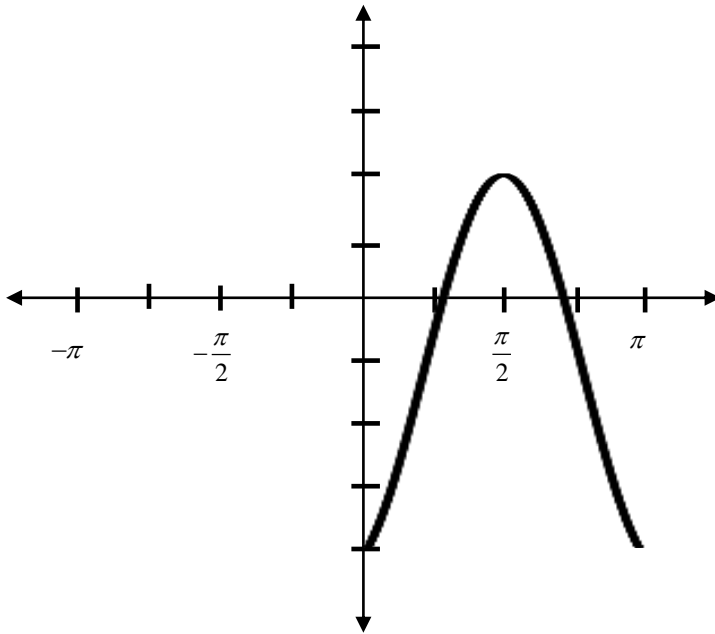
$$\text{Punto inicial en } x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Punto terminal en } x = -\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{\pi}{2}$$

2) Considere a $f(x) = -3\cos(2x) - 1$.

a) Trace un ciclo de la gráfica de f .

(6pts)



$$\text{Amplitud} = |-3| = 3$$

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

Desfase = *no hay*

Punto inicial en $x = 0$

Punto terminal en $x = \pi$

Traslación vertical 1 unidad
hacia abajo

b) Determine $f^{-1}(x)$.

(4pts.)

$$y = -3\cos(2x) - 1 \Rightarrow y + 1 = -3\cos(2x) \Rightarrow \frac{y+1}{-3} = \cos(2x)$$

$$\Rightarrow \cos^{-1}\left(\frac{y+1}{-3}\right) = 2x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{x+1}{-3}\right) = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{-x-1}{3}\right)$$

c) Determine el campo de valores de $f(x)$.

(2pts.)

$[-4, 2]$