

Matemática Discreta: Proposiciones Condicionales

Conferencia #2 :Proposiciones Condicionales

I. Condicional: Si p entonces ocurre q . ($p \rightarrow q$) conectivo: si...entonces.

Ejemplo #1:

- Si leo durante muchas horas, entonces me dolerá la cabeza.
- Si las miradas mataran, entonces estaría muerto.
- Si él no regresa pronto, entonces tendré que ir a buscarlo.
- Si $2x + 1 = 7$ entonces $x = 3$.
- Si $6x - 1 < 2$ entonces $x < \frac{1}{2}$.

Ejercicio #1:

- Construya una proposición condicional si: p : Hoy invito la chica a salir. q : Hoy me le declaro a la chica

- Construya la tabla del valor de verdad de una proposición compuesta con el condicional.

p	q	$p \rightarrow q$
C	C	C
C	F	F
F	C	C
F	F	C

- Observa que el condicional es falso cuando p es cierta y q falsa y es cierta en todos los demás casos.
- Si p es falsa y q es falsa entonces la proposición compuesta es cierta. Esto es como decir:
 - Si $0 = 1$ entonces $1 = 2$.
 - Si yo soy Jenifer López entonces mi cuenta de banco tiene \$\$\$\$.
 - Si yo soy Dady Yankee, tendría grabado muchos discos.

II. Contrareciproco ($\sim q \rightarrow \sim p$) Si no q entonces no p

- Construya el **contrareciproco** si p : Está lloviendo; q : El equipo local gana.

- Construya la tabla de valor de verdad del **contrareciproco**.

$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \rightarrow \sim p$
C	C	C
C	F	F
F	C	C
F	F	C

III. Converso o el recíproco ($q \rightarrow p$) Si q entonces p .

- Construya el **recíproco** si p : Hoy cobro, q : Me voy al cine

Condicional: Si cobro hoy entonces me voy al cine.

Contrareciproco: Si no voy al cine entonces no cobraré.

Matemática Discreta: Proposiciones Condicionales

Converso: Si voy al cine entonces hoy cobro.

2. Construya la tabla de valor de verdad del Converso.

q	p	$q \rightarrow p$

IV. El inverso ($\sim p \rightarrow \sim q$) (Si no p entonces no q)

1. Construya el inverso si p : Hoy cobro. Q: Me voy al cine
Inverso: Si no cobro hoy entonces no voy al cine.

2. Construya la tabla de valor de verdad del Inverso.

q	p	$\sim p \rightarrow \sim q$
C	C	C
C	F	F
F	C	F
F	F	C

V. Ejercicio #2

Escribe el inverso, el recíproco y el contrarecíproco de las siguientes proposiciones condicionales:

1. La audiencia se dormirá si el maestro de ceremonia se tarda más de una hora hablando.

Inverso: Si la audiencia no se duerme entonces el maestro de ceremonia no se tardó más de una hora hablando.

Recíproco: Si el maestro de ceremonia se tarda más de una hora hablando entonces la audiencia se dormirá.

Contrarecíproco: Si el maestro de ceremonia no se tardó más de una hora hablando entonces la audiencia no se durmió.

2. Si Rosa tiene 160 créditos, entonces se gradúa.

Inverso: Si Rosa no tiene 160 créditos, entonces no podrá graduarse.

Recíproco: Si Rosa se gradúa, entonces Rosa tenía 160 créditos.

Contrarecíproco: Si Rosa no se graduó, entonces Rosa no tenía 160 créditos.

3. El programa es legible sólo si está bien estructurado.

Inverso: Si el programa no es legible, entonces no estaba bien estructurado

Recíproco: Si el programa está bien estructurado entonces el programa es legible.

Matemática Discreta: Proposiciones Condicionales

Contrareciproco: Si el programa no está bien estructurado, entonces el programa no es elegible.

VI. Bicondicional (si y solo si) $(p \leftrightarrow q)$ (p si y solo si q).

1) Es la conjunción de dos condicionales $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow p$.

2) Ejemplos:

a) P: Hoy cobro. Q: Me voy al cine

Hoy cobro si y solo si voy al cine.

b) p: Invito la chica a salir. q: Hoy me le declaro a la chica
Invito a la chica a salir si y sólo si me le declaro.

3) Tabla de valores verdaderos.

Cierta cuando p y q tienen los mismos valores.

p	q	$P \leftrightarrow q$
C	C	C
C	F	F
F	C	F
F	F	C

4) Si y sólo si se puede convertir se en dos proposiciones en conjunción.

Ejemplo:

Este programa de computadora está correcto, si y sólo si, produce contestaciones correctas para todos los valores dentro del conjunto de datos.

Solución:

Si este programa es correcto, entonces produce resultados correctos para todos los valores dentro del conjunto de datos; y si este programa produce resultados correctos para todos los valores dentro del conjunto de dato, entonces está correcto.

VII. Ejercicio #3. Construya el bicondicional utilizando las proposiciones p y q. Luego escriba este bicondicional en la forma de una conjunción de dos proposiciones.

1. P: Hoy es lunes. Q: Está lloviendo.

Bicondicional: Hoy es lunes si y solo si está lloviendo

Conjunción de dos proposiciones.

Si hoy es lunes, entonces está lloviendo, y si hoy es lunes entonces esta lloviendo.

2. P: paso el curso de discreta. Q: me gradúo ahora en Navidades.

Bicondicional: Paso el curso de discreta si y solo si me gradúo ahora en navidades.

Conjunción de dos proposiciones.

Matemática Discreta: Proposiciones Condicionales

3. P: Todo lo que necesitas es amor. Q: Busca una pareja

Bicondicional: Todo lo que necesitas es amor si o solo si buscas una pareja.

Conjunción de dos proposiciones.

VIII. Negación del Condicional

Leyes de Morgan

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

1. La negación del condicional es p y negación de q.

Ejemplo: Si se pone nublado entonces lloverá.

La negación es: Se puso nublado y no lloverá.

IX. Ejercicio #3 Construya la negación de las siguientes proposiciones compuestas utilizando las leyes de Morgan discutidas hasta ahora.:

1. Yoshiko sabe Java y cálculo.
Yoshiko no sabe Java ó no sabe Cálculo.
2. Melvin camina ó toma la guagua.
Melvin no camina y no toma la guagua.
3. Si llueve entonces se pone nublado.
Negación: Está lloviendo y no está nublado.
4. Si cobra hoy entonces va a gastarlo todo.
Cobró y no lo gastó todo.
5. Si canta entonces caerá lluvia.
Cantó y no llovió.
6. María estudia Cálculo ó matemática discreta.
Maria no estudia calculo ni matematica discreta.
7. Anthony pasa el curso de cálculo II y el de matemática discreta.
Anthony no pasa el curso de cálculo II ó no pasa el de matemática discreta.

X. Ejercicio #4: Construya las tablas de verdad para proposiciones compuestas:

1. $p \vee \sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$P \vee \sim q$	$P \vee \sim q \rightarrow \sim p$
C	C	F	F	C	C
C	F	F	C	C	C
F	C	C	F	F	F
F	F	C	C	C	C

2. $(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$. (opcional)

p	q	$\sim q$	$P \vee \sim q$	$P \wedge q$	$(p \vee \sim q) \rightarrow (p \wedge q)$
C	C	F	C	C	C
C	F	C	C	F	F
F	C	F	F	F	C
F	F	C	C	F	F

Matemática Discreta: Proposiciones Condicionales

3. $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$

p	$\sim p$	q	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$(\sim q \rightarrow \sim p)$
C	F	C	F	C	C
C	F	F	C	F	F
F	C	C	F	F	F
F	C	F	C	C	C