Mate3175 Conferencia #1 Dra. Yolanda Vélez

Reglas de Lógica

I. Importancia de las reglas de la lógica
   a. Mejoras en matemáticas
   b. Ayuda a construir argumentos matemáticos válidos
   c. Aplicaciones en el área de ciencias de cómputos
      I) Diseño de circuitos de computadora
      II) construcción de programas
      III) verificación de la corrección de un programa
   d. se ha desarrollado programado para la construcción de pruebas automáticamente.

II. Proposiciones
   a. Oración declarativa que es o cierta o falsa, pero no ambas.
   b. Ejemplos:
      1. El correo electrónico constituye un medio de comunicación.
      2. 11 + 6 = 12
   c. Las oraciones siguientes no son proposiciones:
      1. Pinta la pared.
      2. Habla más alto.
      3. ¿De qué color pinto la pared?

III. Proposiciones Compuestas

1. Es la combinación de dos o más proposiciones.
2. Se utilizan conectivos lógicos (conectivos) para crear proposiciones compuestas.
   a) Negación de p ($\sim p$) (operador negativo)

      i . Ejemplos :

         a) Hoy es miércoles. Hoy no es miércoles
         b) Son las 2:00 p.m.
         c) 2 + 2 = 5.

      ii. tabla de valores verdaderos. (Tabla de verdad)

p	$\rightarrow p$
C	F
F	C

   b) La conjunción de p y q. $(p \wedge q)$

      Ejemplos: i. p: Hoy voy al cine; q: Hoy voy de compras.
      ii. p: Invito la chica a salir, q: Hoy me le declaro a la chica

      Hoy voy al cine y también voy de compras.
      Hoy invito a la chica a salir y me le declaro.

      Solo es cierta si p y q son ciertas.

p	q	$p \wedge q$
C	C	C
C	F	F
F	C	F
F	F	F

c. La disyunción de p u q. (p v q)
Solo es falsa si p y q son falsas.
Ejemplos: i. p: Hoy voy al cine; q: Hoy voy de compras.
ii. p:Hoy me le declaro a la chica q: Invito la chica a salir.

Tabla de verdad

p	q	p v q
C	C	C
F	C	C
C	F	C
F	F	F

d) El ó exclusivo (p Θ q)
1. Es cierta si exactamente una de las dos ; p y q son ciertas. De otro modo es falsa
2. Tabla de verdad

p	q	P Θ q
C	C	
C	F	
F	C	
F	F	

3. Ejemplos:
Mencione cuando es ó no es exclusivo.
a. Con la comida se sirve café o té.
b. La contraseña puede tener 3 digitos ó seis caracteres.
c. El prerrequisito para el curso de matematica discreta es un curso de Teoría de números o Criptología.
d. Se va a hacer rolos ó se peina.
e. Pagas con euros ó con dólares.
(c,e no son exclusivos)

IV. Tautologías:
Una proposición que es siempre cierta, no importa los valores de verdad de sus componentes, se llama una tautología.

V. Contradicción:
Una proposición que es siempre falsa, no importa los valores de verdad de sus componentes, se llama una contradicción Ejemplo #1:

p	~p	p v ~p (p ó ~p)	p ∧ ~p (p y ~p)
C	F	C	F
F	C	C	F

VI. Proposiciones lógicamente equivalentes: Proposiciones que tienen los mismos resultados en la tabla de verdad.

a. ¿Son equivalentes las proposiciones ~p∧~q y ~(p v q).
Veamos las tablas de verdad de cada uno.

p ~p	q ~ q	~p ∧ ~q

P q	P v q	~ (p v q)

Puesto que los valores son los mismos en todos los casos, las proposiciones son equivalentes.
b) Ejercicio #1:

Demuestre que p → q y ~p V q son lógicamente equivalentes.(para la próxima clase)

p	q	~p	~ p V q	P → q

Ejercicio#2 : Si *t* es una tautología y *c* una contradicción, demuestre que

$$p \wedge t \equiv p \quad y \quad p \wedge c \equiv c$$

p	t	P ∧ t	p	c	P ∧ c

VII. Leyes de Morgan

Leyes de Morgan:

$$\sim(p\ V\ q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$
$$\sim(p\ \wedge q) \equiv \sim pV \sim q$$

Utilice las Leyes de Morgan para negar las siguientes oraciones.

a. José va a tomar un trabajo en una industria ó se va a graduar ahora en verano.
b. `Yoshiko sabe Java y sabe cálculo.

Solución:

a. José no va a tomar un trabajo en una industria y no se va a graduar ahora en verano.
b. Yoshiko no sabe Java ó no sabe cálculo.

Conclusiones:

1. La negación de p ó q es equivalente a la negación de p y la negación de q.
2. La negación de p y q es equivalente a la negación de p ó negación de q.
3. Proposiciones compuestas que tienen los mismos valores de verdad se llaman *lógicamente equivalentes.* $A \equiv B$

Más ejemplos:

Instrucciones: mencione la negación de las siguientes proposiciones:

a) Miguel tiene un celular y tiene una "laptop".

b) Luisa va para el concierto y Alberto va para el concierto.
c) Mario tiene un Iphone ó un I*pad.*

Respuestas:

Miguel no tiene un celular ó no tiene una laptop. Miguel no tiene un celular ó no tiene una laptop.

Luisa no va para el concierto ó Alberto no va para el concierto.
Mario no tiene un Iphone y no tiene un Ipad.

Teorema 2.1.1 Equivalencias lógicas (página 35 del libro de texto).

VIII. Equivalencias Lógicas (Opcional)

1. Hay una lista de equivalencias lógicas
   Estas se utilizan para simplificar o demostrar otras equivalencias lógicas.
   Ejemplos:

a) $\sim (p \to q) \equiv \sim (\sim p \; V \; q)$

$\equiv \sim (\sim p) \wedge \sim q$ (segunda ley de Morgan)

$\equiv p \wedge \sim q$ (doble negación)

b) Demuestre que: $\sim (p \; V \; (\sim p \wedge q)) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$\sim (p \; V \; (\sim p \wedge q)) \equiv \sim p \wedge \sim (\sim p \wedge q)$ (segunda ley de Morgan)

$\equiv \sim p \wedge [\sim (\sim p) \; V \sim q]$ (primera ley de Morgan)

$\equiv \sim p \wedge (p \; V \sim q)$ (doble negación)

$\equiv (\sim p \wedge p) \; V \; (\sim p \wedge \sim q)$ (la segunda ley distributiva)

$\equiv F \; V \; (\sim p \wedge \sim q)$ (porque $\sim p \wedge p \equiv F$)

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) V \; F$ (conmutativa)

$\equiv \sim p \wedge \sim q$