

Universidad de Puerto Rico  
Departamento de Matemáticas  
MATE 4009 – EXAMEN III – 28 de julio de 2010

Nombre: \_\_\_\_\_ Núm. de Est.: \_\_\_\_\_

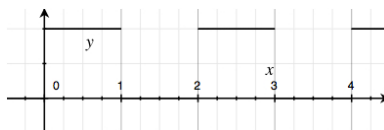
**Instrucciones:** Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

(1) (8 puntos) Evalúe las siguientes integrales.

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} (t^2 - 1)\delta(t)dt$

(b)  $\int_0^{\infty} e^{-2t}\delta(t - 1)dt$

(2) (10 puntos) Encuentre la transformada de Laplace para la función periódica:



(3) (12 puntos cada uno) Use la transformada de Laplace para encontrar las soluciones de los siguientes problemas de valor inicial.

(a)  $y'' + 6y' + 5y = 12e^x$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = 7$

$$(b) \ y'' - 3xy' - 6y = 1, \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0$$

$$(c) \ y'' + 6y' + 9y = 0, \ y(0) = -1, \ y'(0) = 6$$

(d)  $y'' + y = u(x - 3)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$

(e)  $y'' + 4y = f(x)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  donde  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ -1, & 1 < x < 2, \\ 0, & x > 2 \end{cases}$

$$(f) \ y + \int_0^x y(v)(x-v)dv = 1$$

$$(g) \ y + \int_0^x y(v)e^{x-v}dv = \sin x$$

$$(h) \quad y'' + y = \delta(x - \pi), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$(i) \quad y'' - y = 4\delta(x - 2) + x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2$$