

Universidad de Puerto Rico  
Departamento de Matemáticas  
MATE 4009 – EXAMEN IV – 28 de julio de 2010

Nombre: \_\_\_\_\_ Núm. de Est.: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Para obtener crédito muestre todo su trabajo. Explique claramente su contestación.

(1) (4 puntos) Esciba el sistema

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= t^2x - y - z + t \\ \frac{dy}{dt} &= e^t + 5 \\ \frac{dz}{dt} &= tx - y + 3z - e^t\end{aligned}$$

problema de la forma  $\mathbf{x}' = \mathbf{Ax} + \mathbf{f}$ .

(2) (10 puntos) Escriba la ecuación diferencial  $y'' - ty = 0$  como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden en forma matricial.

(3) (30 puntos) Encuentre la solución general de los siguientes sistemas

(a)  $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 12 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

(b)  $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$

$$(c) \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

(4) (56 puntos) Resuelva los siguientes problemas de valor inicial:

$$(a) \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}, \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}, \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} -10 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$(c) \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}, \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(d) \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}, \mathbf{x}(\pi) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$