

Universidad de Puerto Rico en Bayamón

Departamento de Matemáticas

Primer Examen Mate4009

Nombre _____ # de est. _____

Sección _____ Fecha _____

I. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales como lineales o no lineales, ordinarias o parciales y establezca el orden de cada una. (14pts.)

a. $(1-x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$ _____

b. $\frac{dy}{dx} + xy^2 = 1 + x^2$ _____

c. $\frac{d^3x}{dt^3} + \text{sen}(x+t) = \text{sen}(t)$ _____

d. $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \text{sen}(5x)$ _____

e. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + xy = \cos(x)$ _____

II. Determine si $\phi(x) = x^2 \ln x$ es una solución a la EDO $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$, $x > 0$ (5pts.)

III. Determine si $x^2y + y^2 = c$ define una solución implícita de $2xy dx + (x^2 + 2y) dy = 0$
(5pts.)

IV. Determine si el siguiente problema de valor inicial tiene solución (no determine la solución). Explique. $x' = \frac{t^2}{x(1+t^2)}$, $x(0) = 3$ (5pts.)

V. Verifique si $\mu(x, y) = \frac{1}{xy^3}$ es un factor de integración para la EDO

$$x^2 y^3 dx + x(1 + y^2) dy = 0. \quad (5\text{pts.})$$

VI. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales

1) $y' = \frac{x}{y^2 \sqrt{1+x^2}}, y(0) = -2$ (muestre una solución explícita) (8pts.)

2) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$ (muestre una solución explícita) (10pts.)

3) $(1 + x^2)y' + 4xy = (1 + x^2)^{-2}$ (8pts.)

4) $y' - \frac{x+1}{2x}y = \frac{-3}{x}y^3, x > 0$

(10pts.)

5) $(2 + ye^{xy})dx + (xe^{xy} - 2y)dy = 0$ (10pts.)

6) $(4xy + 3y^2 - x)dx + (x^2 + 2xy)dy = 0$ (10pts.)

7) $(2x - 2y - 8)dx + (x - 3y - 6)dy = 0$ (no use un factor de integración) (12pts.)

Bono: Demuestre que toda EDO separable es exacta. (5pts.)